

SIDIK PEUBAH GANDA BAGI PARA PENELITI

ELNA KARMAWATI

Balai Penelitian Tanaman Rempah dan Obat

RINGKASAN

Pengujian hipotesa mengenai kesamaan nilai tengah vektor sama halnya dengan pengujian nilai tengah dua perlakuan pada sidik peubah ganda. Prosedur selanjutnya yang digunakan ialah bentuk umum D^2 dan nilai statistik T^2 Hotelling. Diasumsikan bahwa populasi dari kedua perlakuan menyebar secara normal dan matriks peragamnya sama. Jika hipotesa $H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2$ ditolak, hendaklah dibentuk selang kepercayaan serempak, agar kita dapat mengetahui komponen-komponen manakah yang menyebabkan penolakan hipotesa. Sejumlah populasi dari peubah ganda dalam hal perlakuan-perlakuan yang berbeda mempunyai vektor nilai tengah $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_t$. Sangatlah diperlukan untuk menguji hipotesa $H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2 = \dots = \underline{u}_t$. Bentuk standard yang digunakan untuk pengambilan keputusan ialah sidik ragam bagi data peubah ganda.

ABSTRACT

Test for hypothesis specified equality of the vector of means associa with two treatments in the multivariate case and further use is made of generalized D^2 and Hotellings T^2 - statistic. for these it is assumed that the two treatments are normally distributed and covariance matrices are equals. If the hypothesis $H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2$ is ejected, simultaneous confidence intervals are presented in order that we can dicide which components are contributting to the rejection of the hypothesis. A number of multivariate population associated with different treatment have mean vectors $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_t$. it is desired to test the hypothesis, $H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2 = \dots = \underline{u}_t$, that these are all equal. A standard format for summarizing the necessary computations is analysis of variance for multivariate data.

PENDAHULUAN

Analisa Peubah Ganda merupakan bagian dari statistik yang ada hubungannya dengan penerikan kesimpulan, penyajian dan interpretasi dari contoh-contoh data yang diambil dari populasi. Tiap-tiap peubah dalam analisa ini memerlukan lebih dari satu macam pengukuran ciri.

Secara tidak sadar, pengambilan data dan pengamatan suatu percobaan dalam bidang pertanian dilapangan dilakukan dengan peubah ganda. Konsep-konsep dasar dari tehnik penggunaan analisa ini sama dengan sidik peubah tunggal, tentu saja pada analisa ini pengolahan data tiap-tiap ciri dapat dilakukan sekaligus. Sebenarnya ciri-ciri dari tiap-tiap unit percobaan berhubungan satu sama lain, oleh sebab itu adalah lebih baik untuk dianalisa dengan sidik peubah ganda dari pada dengan sidik ragam untuk tiap-tiap ciri secara bebas (Kramer 1972). Tapi sangat disayangkan analisa ini jarang digunakan oleh peneliti-peneliti maupun ahli statistik karena berbagai alasan. Secara teoritis, matematika yang digunakan agak komplek dan secara praktek pengolahan datanya lebih menjemukan dan melibatkan beberapa pengolahan matriks. Alasan lain ialah tabel-tabel statistik yang diperlukan kurang tersedia.

Analisis peubah ganda dapat digunakan dalam berbagai bidang. Seorang ahli mesin biasa melakukan pengukuran terhadap berat, panjang dan kekerasan baja. Seorang ahli Agronomi mendapatkan hasil tiap plot, jumlah daun, tinggi tanaman dan mutu buah. Seorang ahli mesin biasa melakukan pengukuran terhadap berat, panjang dan kekerasan baja. Seorang ahli Agronomi mendapatkan hasil tiap plot, jumlah daun, tinggi tanaman dan mutu buah. Seorang ahli ekonomi mengukur pendapatan dan jumlah pengangguran, sedangkan dalam bidang pendidikan tiap individu dapat dilakukan pengukuran terhadap kecerdasan, penampilan dan lain sebagainya.

T^2 HOTELLING

Uji t Sederhana

Uji statistik yang paling banyak diketahui ialah uji t Student. Uji ini dapat digunakan dalam dua keadaan, yang pertama digunakan jika kita hanya mempunyai sederetan contoh pengamatan dari satu populasi, kemudian rata-rata contoh tersebut dibandingkan dengan nilai pengamatan terdahulu. Yang kedua yang lebih banyak digunakan yaitu membandingkan nilai tengah dua populasi. Untuk mengadakan pengujian mengenai hal ini dengan kriteria t

mula-mula haruslah dibuat hipotesa yang mengandung arti (Steel & Torry, 1960). Misalnya, untuk membandingkan hasil biji lada dari jenis yang baru dan jenis standard, seorang peneliti dianjurkan membuat hipotesa nol bahwa, tidak ada perbedaan antara nilai tengah populasi dari kedua jenis.

Pada waktu memilih hipotesa nol, taraf nyata hendaknya dipilih. Taraf nyata inilah yang menentukan nilai t tabel atau t teoritis. Nilai t contoh dihitung dan dibandingkan dengan t tabel. Jika t contoh lebih besar dari t tabel maka hipotesa nol ditolak dan hipotesa tandingannya diterima. Dalam bidang penelitian taraf nyata yang biasa digunakan ialah 5 % dan 1 %. Jika hasil perhitungan lebih besar dari taraf nyata 5% dan lebih kecil dari 1%, dikatakan kedua perlakuan berbeda nyata (satu tanda bintang) dan jika lebih besar dari 1%, kedua perlakuan berbeda sangat nyata (dua tanda bintang)

Kriteria t yang digunakan untuk menguji hipotesa' $H_0 : \mu_1 = \mu_2$, dengan asumsi bahwa populasi menyebar secara normal dan $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, ialah :

$$t_{(n_1 + n_2 - 2)} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} s_{gab}^2}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{dan } s_{gab}^2 \text{ adalah } \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Sebagai teladan dapat dilihat dua rangkaian contoh dari dua populasi tanaman lada dibawah ini :

Tabel 1. Tinggi tanaman lada hasil perlakuan mulch alang-alang dan pupuk hijau (cm)

. The height of pepper plant, from sedge-grass mulch and green manure treatments

No.	X_1 , alang-alang	X_2 , pupuk hijau
1.	175	142
2.	132	311
3.	218	337

1	2	3
4.	151	262
5.	200	302
6.	219	195
7.	234	253
8.	149	199
9.	187	236
10.	123	216
11.	248	211
12.	206	176
13.	179	249
14.	206	214
$\sum x$	2627	3303
$\sum x^2$	511807	817583
$\bar{x}$	187.6	235.9

sumber (source) Wahid, 1970

Perhitungan dari percobaan di atas adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (1) s_1^2 &= \frac{\sum x^2 - (\sum x)^2/n}{n - 1} \\
 &= \frac{511807 - (2627)^2/14}{13} \\
 &= 1451.462
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) s_2^2 &= \frac{817583 - (3303)^2/14}{13} \\
 &= 2947
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) s_{gabungan}^2 &= \frac{13 (1451.462) + 13 (2947)}{26} \\
 &= 2199.231, \text{ dengan derajat bebas } 26
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) t_{26} &= \frac{187.6 - 235.9}{\frac{28(2199.231)}{196}} \\
 &= 2.73^*
 \end{aligned}$$

$t_{0.05(26)}$ dan $t_{0.01(26)}$ yang diperoleh dari tabel adalah 2.06 dan 2.78. Dengan demikian dapatlah disimpulkan bahwa, kedua perlakuan menghasilkan tinggi tanaman yang berbeda.

Uji Nilai Tengah Peubah Ganda

Pada Teladan 1 nilai tengah yang dibandingkan hanyalah dua contoh dari dua populasi dengan masing-masing satu ciri. Jika yang dibandingkan lebih dari satu ciri, biasanya pengolahan dilakukan ciri demi ciri. Dalam hal demikian, sidik peubah ganda memberikan cara tersendiri untuk menyelesaikan masalah tersebut dan bila pengamatan dilakukan terhadap p ciri dari dua contoh populasi, dapat disusun sebagai berikut :

Tabel 2. Bagan data dari analisa peubah ganda.

Table 2. Rayout of data for multivariate analysis

Perlakuan											
No. contoh		ciri				No contoh		ciri			
		1	2	k	p			1	2	k	p
1		y_{11}^1	y_{11}^2	y_{11}^k	y_{11}^p	1		y_{21}^1	y_{21}^2	y_{21}^k	y_{21}^p
2		y_{12}^1	y_{12}^2	y_{12}^k	y_{12}^p	2		y_{22}^1	y_{22}^2	y_{22}^k	y_{22}^p
.		..	.	.	.	.		.	.	.	.
.		..	.	.	.	.		.	.	.	.
j		y_{1j}^1	y_{1j}^2	y_{1j}^k	y_{1j}^p	j		y_{2j}^1	y_{2j}^2	y_{2j}^k	y_{2j}^p
.		.	.	.	.	.		.	.	.	.
.		.	.	.	.	.		.	.	.	.
n_1		$y_{1n_1}^1$	$y_{1n_1}^2$	$y_{1n_1}^k$	$y_{1n_1}^p$	n_2		$y_{2n_2}^1$	$y_{2n_2}^2$	$y_{2n_2}^k$	$y_{2n_2}^p$

Pada Tabel 2 indeks pertama menunjukkan nomor perlakuan, indeks kedua menunjukkan nomor contoh, indeks di atasnya merupakan ciri yang diamati dan p ialah banyaknya ciri. Data ini dapat juga disebut sebagai vektor-vektor yang berdimensi p.

Bila persamaan (1) diperhatikan dan $\bar{y}_1 - \bar{y}_2 / S_{gab.}$ disebut D, maka persamaan menjadi $t_{(n_1+n_2-2)} = \sqrt{(n_1 n_2 / (n_1 + n_2))} D$ dan jika ruas kiri dan ruas kanan dipangkatkan dua tanpa mengubah nilai, akan didapat :

$$t_{(n_1+n_2-2)}^2 = (n_1 n_2 / (n_1 + n_2)) D^2. \quad (2)$$

Bentuk persamaan inilah yang dipakai pada peubah ganda dan menyebar menurut sebaran T^2 Hotelling dengan derajat bebas $(p, n_1 + n_2 - 2)$. Harris (1975) dan Morrison (1967) menyatakan pula bahwa, $\frac{n_1 + n_2 - p - 1}{(n_1 + n_2 - 2)p} T^2$ menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas p dan $n_1 + n_2 - p - 1$, dengan perkataan lain :

$$F = \frac{n_1 + n_2 - p - 1}{(n_1 + n_2 - 2)p} T^2. \quad (3)$$

Teladan 2. Suatu pengujian dilakukan terhadap dua jenis lada yaitu Cunuk dan Jambi, Dari kedua jenis tersebut diamati panjang cabang primer dan jumlah daun cabang primernya (Tabel 3). Yang ingin diketahui ialah apakah kedua ciri atau salah satu ciri yang diamati dapat membedakan kedua jenis lada tersebut.

Tabel 3. Panjang cabang primer dan jumlah daun cabang primer pada tanaman lada jenis Cunuk dan Jambi.

Table 3. The length of primary branch and number of leaves at primary branch of Cunuk and Jambi varieties.

Cunuk		J a m b i	
Panjang cabang primer	Jumlah daun	Panjang cabang	Jumlah daun
y_1^1 33	y_1^2 60	y_2^1 35	y_2^2 57
36	61	36	59
35	64	38	59
38	63	39	61
40	65	41	65
		43	63
		41	59

Hipotesa yang dapat dibentuk dari Tabel 3 adalah H_0 :

$$\begin{pmatrix} u_1^1 = u_2^1 \\ u_1^2 = u_2^2 \end{pmatrix} \text{ atau } H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2 \text{ dengan hipotesa tandingannya}$$

$$H_1 : \begin{pmatrix} u_2^1 \neq u_2^1 \\ u_1^2 = u_2^2 \end{pmatrix} \text{ atau } H_1 : \begin{pmatrix} u_1^1 = u_2^1 \\ u_1^2 \neq u_1^2 \end{pmatrix} \text{ atau } H_1 : \begin{pmatrix} u_1^1 \neq u_2^1 \\ u_1^2 \neq u_2^2 \end{pmatrix} \text{ dan}$$

kaidah pengambilan keputusannya :

$$T_{(p, n_1+n_2-2)}^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} D^2 \quad \begin{cases} T_{(p, n_1+n_2-2)}^2 (0.05), \text{ terima } H_0 \\ T_{(p, n_1+n_2-2)}^2 (0.05), \text{ terima } H_1 \\ \text{tabel} \end{cases}$$

Perhitungan yang diperlukan untuk memenuhi persamaan (2) dan (3)

ialah sebagai berikut :

$$(a) y_1^1 = 182, \quad y_1^2 = 313, \quad y_2^1 = 273, \quad y_2^2 = 423$$

$$(b) (y_1^1)^2 = 6654, \quad (y_1^2)^2 = 19611, \quad (y_2^1)^2 = 10697, \quad (y_2^2)^2 = 25607.$$

$$(c) \bar{y}_1^1 = 36.4, \quad \bar{y}_1^2 = 62.6, \quad \bar{y}_2^1 = 39.0, \quad \bar{y}_2^2 = 60.43$$

$$(d) JK y_1^1 = 6654 - (182)^2/5 = 6654 - 6624.8 = 29.2$$

$$JK y_1^2 = 19611 - (313)^2/5 = 19611 - 19593.8 = 17.2$$

$$JK y_2^1 = 10697 - (273)^2/7 = 10697 - 10647 = 50.0$$

$$JK y_2^2 = 25607 - (423)^2/7 = 25607 - 25561.28 = 45.72$$

$$(e) JHK y_1^1 y_1^2 = y_1^1 y_1^2 - y_1^1 y_1^2/5 = 11410 - 11393.2 = 16.8$$

$$JHK y_2^1 y_2^2 = y_2^1 y_2^2 - y_2^1 y_2^2/7 = 16537 - 16497 = 40.00$$

$$(f) s_{y^1}^2 = \frac{29.2 + 50.0}{5 + 7 - 2} = 7.92$$

$$s_{y^2}^2 = \frac{17.2 + 45.2}{5 + 7 - 2} = 6.292$$

$$SF_{y^1 y^2} = \frac{16.8 + 40.0}{5 + 7 - 2} = 5.68$$

$$(g) \bar{y}_1^1 - \bar{y}_2^1 = d_1 = 36.4 - 39.0 = -2.6$$

$$\bar{y}_1^2 - \bar{y}_2^2 = d_2 = 62.6 - 60.43 = 2.17$$

$$(h) \text{Matriks peragam} = \underline{S} = \begin{bmatrix} 7.92 & 5.68 \\ 5.68 & 6.292 \end{bmatrix}$$

$$\underline{S}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.358106 & -0.323274 \\ -0.323274 & 0.450762 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} (i) D^2 &= (-2.60, 2.17) (\underline{S}^{-1}) \begin{pmatrix} -2.60 \\ 2.17 \end{pmatrix} \\ &= (-1.63258, 1.818666) \begin{pmatrix} -2.60 \\ 2.17 \end{pmatrix} \\ &= 8.191213 \end{aligned}$$

$$(j) T^2_{(2,10)} = \left((5)(7) / (5+7) \right) (8.191213) = 23.891$$

$$F = \frac{5 + 7 - 2 - 1}{(5 + 7 - 2) 2} (23.891)$$

$$= \frac{9}{20} (23.891) = 10.751$$

$T^2_{(2,10)}$ yang diperoleh dari tabel T^2 Hotelling untuk satu persen ialah 17.826. Jadi nilai $T^2_{(2,10)}$ hitung lebih besar dari $T^2_{(2,10)}(0,01)$, dengan demikian dapatlah diambil kesimpulan bahwa, panjang cabang primer atau jumlah daun cabang primer atau keduanya dapat membedakan jenis lada Cuncuk dan Jambi. Kesimpulan ini ditunjukkan pula oleh nilai F hitung = 10.751 yang lebih besar dari $F(2,9)$ untuk satu persen = 8.02.

Selang Kepercayaan Serempak

Jika pada suatu penelitian, ciri dari kedua perlakuan yang diukur lebih dari satu dan ternyata hipotesa yang diterima adalah hipotesa tandingannya ($H_1 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2$) seperti pada Teladan 2, untuk mengetahui nilai tengah ciri manakah yang berbeda dari kedua perlakuan biasanya dibentuk selang kepercayaan serempak. Untuk mudahnya akan diperlihatkan Teladan yang lain. Teladan 3. Empat puluh sembilan orang yang sudah tua di klasifikasikan ke dalam kategori pikun dan tidak pikun. Untuk membedakan kedua grup ini dua orang psikiater mengadakan penelitian terhadap intelegiansia mereka (Wechsler Adult Intelligence Scale). Dari keempat ciri (subtest) yang diujikan, ternyata tiga ciri menunjukkan perbedaan bagi kedua grup. Keempat ciri yang diujikan itu ialah pemberian keterangan (information), kesamaan (similarities), ilmu hitung (arithmetic) dan penyempurnaan gambar (picture completion). Rata-rata skore yang diperoleh dari penelitian itu terlihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Banyaknya contoh dan rata-rata skor subtest dari kedua grup.
 Table 4. Sample sizes and means of subtest score in two groups.

	Tidak pikun $n_1 = 37$	Pikun $n_2 = 12$
Information	12.57	8.75
Similarities	9.57	5.33
Arithmetic	11.49	8.50
Picture Completion	7.97	4.75

Sumber : Morrison (1967)

Matriks peragam yang diperoleh :

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 11.2553 & 9.4042 & 7.1489 & 3.3830 \\ 9.4042 & 13.5318 & 7.3830 & 2.5532 \\ 7.1489 & 7.3830 & 11.5744 & 2.6170 \\ 3.3830 & 2.5532 & 2.6170 & 5.8085 \end{bmatrix}$$

$$\underline{S}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.259064 & -0.135783 & -0.058797 & -0.064719 \\ -0.135783 & 0.186449 & -0.038305 & 0.014382 \\ -0.058797 & -0.038305 & 0.150964 & -0.016920 \\ -0.064719 & 0.014283 & -0.016920 & 0.211171 \end{bmatrix}$$

Dari perhitungan ternyata T^2 mempunyai nilai 22.05 dan nilai T^2 dari tabel dengan derajat bebas 4 dan 47 dan taraf nyata satu persen ialah 16.155. Dengan demikian kita menolak hipotesa bahwa, nilai tengah keempat subtest sama untuk kedua grup. Yang menjadi masalah sekarang ialah nilai subtest mana yang sama dan tidak sama. Untuk menyelesaikan hal tersebut hendaklah dibuat selang kepercayaan serempak bagi masing-masing beda nilai tengah subtest dengan rumus :

$$cd' = \sqrt{cSc'} \sqrt{\frac{n_1 + n_2 T^2}{n_1 n_2}} (p, n_1 + n_2 - 2) (\alpha) \ll c (\bar{u}_1 - \bar{u}_2)' \ll cd + \sqrt{cSc'} \sqrt{\frac{n_1 + n_2 T^2}{n_1 n_2}} (\alpha)$$

$\underline{c}$ adalah vektor untuk masing-masing ciri :

Information : (1 , 0 , 0 , 0)

Similarities : (0 , 1 , 0 , 0)

Arithmetic : (0 , 0 , 1 , 0)

Picture Completion : (0 , 0 , 0 , 1)

Perhitungan selang kepercayaan serempak bagi information adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (a) \quad d_1 &= 12.57 - 8.75 = 3.82 \\
 d_2 &= 9.57 - 5.33 = 4.24 \\
 d_3 &= 11.49 - 8.50 = 2.99 \\
 d_4 &= 7.97 - 4.75 = 3.22 \\
 \underline{c}_1 \underline{d}' &= (1, 0, 0, 0) \begin{pmatrix} 3.82 \\ 4.24 \\ 2.99 \\ 3.22 \end{pmatrix} = 3.82
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \sqrt{\underline{c}_1' \underline{S} \underline{c}_1} &= \sqrt{(1, 0, 0, 0) \begin{pmatrix} 11.2553 & 9.4042 & 7.1489 & 3.3830 \\ 9.4042 & 13.5318 & 7.3830 & 2.5532 \\ 7.4042 & 7.3830 & 11.5744 & 2.6170 \\ 3.3830 & 2.5532 & 2.6170 & 5.8085 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} \\
 &= \sqrt{(11.2553, 9.4042, 7.1489, 3.3830) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \sqrt{11.2553}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad &= 3.3549 \\
 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} T^2 (p, (n_1 + n_2 - 2) (0.05)} &= \sqrt{\frac{37 + 12}{(37)(12)} (11.044)} \\
 &= \sqrt{1.2188} = 1.104
 \end{aligned}$$

(d) Selang yang didapat : $3.82 \pm (3.3549) (1.104)$

atau

$$3.82 \pm 3.70$$

yang dapat ditulis dengan :

$$0.12 \leq u_1^1 - u_2^1 \leq 7.52$$

Karena nol tidak termasuk kedalam selang, kita menyimpulkan bahwa pada taraf 5%, nilai tengah information berbeda antara kedua grup.

Untuk Similarities;

$$(a) \underline{c}_2 \underline{d}' = (0,1,0,0) \begin{bmatrix} 3.82 \\ 4.24 \\ 2.99 \\ 3.22 \end{bmatrix} = 4.24$$

$$(b) \sqrt{\underline{c}_2 \underline{Sc}_2'} = \sqrt{(0,1,0,0) \begin{bmatrix} 11.2553 & 9.4042 & 7.1489 & 3.3830 \\ 9.4042 & 13.5318 & 7.3830 & 2.5532 \\ 7.1489 & 7.3830 & 11.5744 & 2.8085 \\ 3.3830 & 2.5532 & 2.6170 & 5.8085 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$= \sqrt{(9.4042, 13.5318, 7.3830, 2.5532) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$= \sqrt{13.5318} = 3.6786$$

(c) Selang yang didapat : $4.24 \pm (3.6786) (1.1040)$

atau

$$4.24 \pm 4.06$$

yang ditulis dengan :

$$0.18 \leq u_1^2 - u_2^2 \leq 8.30$$

Untuk Arithmetic,

$$(a) \underline{c}_3 \underline{d}' = 2.99$$

$$(b) \sqrt{\underline{c}_3 \underline{Sc}_3'} = 3.404$$

(c) Selang yang didapat : $2.99 \pm (3.4041) (1.104)$

atau

$$2.99 \pm 3.76$$

dan akhirnya

$$-0.77 \leq u_1^3 - u_2^3 \leq 6.75$$

Akhirnya untuk Picture Completion :

(a) $c_{4d}' = 3.22$

(b) $c_{4Sc_4}' = 2.4041$

(c) Selang yang didapat : 3.22 ± 2.66

atau

$$0.56 \leq u_1^4 - u_2^4 \leq 5.88$$

Dari hasil perhitungan tersebut dapat diperhatikan, bahwa nol hanya terdapat pada selang kepercayaan bagi Arithmetic. Oleh sebab itu dapatlah disimpulkan bahwa antara kelompok orang pikun dan tidak pikun mempunyai perbedaan dalam hal pemberian keterangan (Information), kesamaan (Similarities) dan penyempurnaan gambar (Picture Completion).

KLASIFIKASI SATU ARAH

Dalam bentuk yang paling sederhana sejumlah populasi yang mempunyai peubah ganda, biasanya berhubungan dengan perlakuan-perlakuan yang berbeda dan rata-rata $\underline{u}_1 = \underline{u}_2 = \dots = \underline{u}_t$. Diasumsikan bahwa matriks pe-ragam dari populasi yang dibandingkan adalah sama. Seperti pada bab terdahulu, jika H_0 ditolak, selang kepercayaan serempak harus dibuat dengan cara yang sama.

Susunan yang paling sederhana pada sidik peubah tunggal untuk menguji hipotesa $H_0 : \underline{u}_1 = \underline{u}_2 = \dots = \underline{u}_t$ adalah Rancangan Acak Lengkap. Pada rancangan ini t buah perlakuan diacak dan tiap perlakuan mempunyai n_i pengamatan. Bentuk standard perhitungan untuk menarik kesimpulan diperlihatkan pada Tabel 5. Nilai F yang diperoleh dibandingkan dengan F tabel dengan derajat bebas $t - 1$ dan $(n_i - 1)$

Tabel 5. Sidik ragam untuk klasifikasi satu arah.

Table 5. Univariate analysis of variance for one-way classification.

Sumber	db	JK	KT	F
Perlakuan	$t - 1$	JKP	$\text{JKP}/t-1$	KTP/KTA
Galat	$\sum (n_i - 1)$	JKG	$\text{JKG}/(n_i - 1)$	
Total	$\sum n_i - 1$	JKT		

Jika p buah pengukuran dilakukan untuk tiap unit percobaan, sidik ragam sebagai bentuk dasar diperlukan, hanya pada sidik peubah ganda ini kita harus menghitung jumlah hasil kali tiap-tiap ciri pada tiap perlakuan. Sidik ini disebut Manova (Multivariate analysis of variance) dan bagannya terlihat pada Tabel 6,

Tabel 6. Sidik peubah ganda bagi klasifikasi satu arah.

Table 6. Multivariate analysis of variance for one-way classification

Sumber	db	JK dan JHK			
Perlakuan	$t - 1$	JKP_{11}	JHKP_{12}	JHKP_{1p}	JKP_{pp}
Galat	$\sum (n_i - 1)$	JKA_{11}	JHKA_{12}	JHKA_{1p}	JKA_{pp}
Total	$\sum n_i - 1$	JKT_{11}	JHKT_{12}	JHKT_{1p}	JKT_{pp}

Teladan 4. Suatu pengujian herbisida dilaksanakan pada tanaman Rosella. Herbisida yang dicobakan tiga macam yaitu A, B dan C. Petak kontrol dicoba pula sebagai pembandingan, sehingga jumlah perlakuannya menjadi empat. Satu bulan setelah perlakuan pertama kali dilakukan, persentase penutupan tanah dan jumlah tumbuhan pengganggu diamati. Data hasil transformasi dan perhitungan-perhitungan dapat dilihat di bawah ini :

Tabel 7. Persentase penutupan tanah dan jumlah tumbuhan pengganggu.
Table 7. Percentage of ground covers and number of weeds.

1		2		3		4	
y^1	y^2	y^1	y^2	y^1	y^2	y^1	y^2
24.0	3.5	7.4	3.5	16.4	3.2	25.1	2.7
13.3	3.5	13.2	3.0	24.0	2.5	5.9	2.3
12.2	4.0	8.5	3.0	53.0	1.5		
14.0	4.0	10.1	3.0	32.7	2.6		
22.2	3.6	9.3	2.0	42.8	2.0		
16.1	4.3	8.5	2.5				
27.9	5.2	4.3	1.5				
Σ 129.7	28.1	61.3	18.5	168.9	11.8	31.0	5.0
n_i 7	7	7	7	5	5	2	2
Σy^2 2628.19	114.9	580.49	51.75	6555.09	29.50	664.82	12.58

$$\text{Total } y^1 = 390.9$$

$$y^2 = 63.4$$

Jumlah kuadrat perlakuan acak dan total bagi y^1 adalah :

$$\text{Faktor Koreksi} = \frac{(390.9)^2}{21} = 7276.3243$$

$$JKT_{11} = 2628.19 + 580.49 + 6555.09 + 664.82 - FK = 3152.2657$$

$$JKP_{11} = \frac{(129.7)^2}{7} + \frac{(61.3)^2}{7} + \frac{(168.9)^2}{5} + \frac{(31)^2}{2} - FK = 1849.5862$$

$$JKA_{11} = JKT_{11} - JKP_{11} = 1302.6795$$

Jumlah kuadrat total, perlakuan dan acak bagi y^2 :

$$\text{Faktor Koreksi} = \frac{(63.4)^2}{21} = 191.4076$$

$$JKT_{22} = 114.99 + 51.75 + 29.5 + 12.58 - FK = 17.4124$$

$$JKP_{22} = \frac{(28.1)^2}{7} + \frac{(18.5)^2}{7} + \frac{(11.8)^2}{5} + \frac{(5.0)^2}{2} - FK = 10.6346$$

$$JKA_{22} = JKT_{22} - JKP_{22} = 6.7778$$

Sedangkan perhitungan untuk jumlah hasil kali adalah sebagai berikut :

$$\text{Faktor Koreksi} = \frac{(390.9)(63.4)}{21} = 1180.1457$$

$$JHKT_{12} = (24.0)(3.5) + \dots + (27.9)(5.2) + (7.4)(3.5) + \dots + (4.3)(1.5) + \dots + (5.9)(2.3) - FK = -39.0257$$

$$JHKP_{12} = \frac{(129.7)(28.1)}{7} + \frac{(61.3)(18.5)}{7} + \frac{(168.9)(11.8)}{5} + \frac{(31.0)(5.0)}{2} - FK = -21.3810$$

$$JHKA_{12} = JHKT_{12} - JHKP_{12} = -17.6447$$

Hasil perhitungan di atas dapat disusun dalam sidik ragam seperti pada Tabel 8.

Tabel 8. Sidik Peubah Ganda bagi data Tabel 7.

Table 8. Multivariate analysis of variance for data in Table 7.

Sumber	db	JKy^1	$JHKy^1_2$	JKy^2
Perlakuan	3	1849.5862	-21.3810	10.6346
Galat	17	1302.6795	-17.6447	6.7778
Total	20	3152.2657	-39.0257	17.4124

Untuk menguji $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$, Francis J. Wall memperkenalkan sebaran statistik U. Jika matriks JKP dan JHKP kita sebut $\underline{H}$ dan matriks JKA kita sebut $\underline{E}$ maka $U = \frac{|\underline{E}|}{|\underline{E} + \underline{H}|}$, dengan derajat bebas (p,

v_H, v_E) atau (2, 3, 17)

Kaidah untuk pengambilan keputusan :

$$U_{hitung} \begin{cases} \geq U_{tabel}(2, 3, 17)(\alpha), \text{ terima } H_0 \\ < U_{tabel}(2, 3, 17)(\alpha), \text{ tolak } H_0 \end{cases}$$

$$|\underline{E}| = \begin{vmatrix} 1302.6795 & -17.6447 \\ -17.6447 & 6.7778 \end{vmatrix} = (1302.6795)(6.7778) - (-17.6447)^2 = 8517.9657$$

$$\underline{H} = \begin{pmatrix} 1849.5862 & -21.3810 \\ -21.3810 & 10.6346 \end{pmatrix}$$

$$|\underline{E} + \underline{H}| = \begin{vmatrix} 3152.2657 & -39.0257 \\ -39.0257 & 17.4124 \end{vmatrix} = 53365.506$$

$$U = \frac{|\underline{E}|}{|\underline{E} + \underline{H}|} = \frac{8517.9657}{53365.506} = 0.1596$$

$U_{(2, 3, 17)}(0.01)$ yang diperoleh dari tabel ialah 0.370654 sehingga $0.1596 < 0.37064$. Oleh sebab itu kita menolak H_0 . Dapatlah diambil kesimpulan bahwa nilai tengah keempat perlakuan itu berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- HARRIS, R. J. 1975. A Primair of Multivariate Statistics.
Academic Press, New York. San Francisco. London.
- KRAMER, C. Y. 1972. A First Course in Methods of Multivariate
Analysis. Blacksburg, Virginia 24061.
- MORRISON, D. F. 1967. Multivariate Statistical Methods. McGraw-Hill
Book Company. USA.
- STEEL, R. G. D. and J.H. TORRIE. 1960. Principles and Procedures of
Statistics. McGraw-Hill Book Company, Inc.