PENGGABUNGAN DATA PENAMPANG LINTANG DAN DERET WAKTU DALAM MODEL REGRESI

Tahlim Sudaryanto*)

ABSTRACT

The use of cross sectional data in econometric studies in Indonesia is more common than that of time series data. This is due to the lack of adequate time series data in the country. Under such a condition, the pooling of cross section on time series data is an appropriate strategy. This paper concerns with the specification of a model that takes into account the variation of the data accross individual as well as accross time. Parameter estimation for a dummy variable model and an error componen model are presented along with an illustration.

ABSTRAK

Penggunaan data penampang lintang dalam penelitian-penelitian di Indonesia tampaknya lebih dominan dibanding penggunaan data deret waktu. Hal ini sebagai akibat dari terbatasnya dokumentasi data deret waktu. Dalam keadaan tersebut, penggabungan data penampang lintang dan data deret waktu dalam model regresi merupakan satu strategy alternatif. Tulisan ini mengemukakan alternatif spesifikasi model yang secara eksplisit membedakan variasi data antar individu dan antar waktu dalam data gabungan. Prosedur pendugaan dan contoh penggunaannya disajikan untuk model yang membedakan intersep antar individu.

PENDAHULUAN

Dalam suatu model ekonometrik data yang digunakan mungkin berupa hasil pengamatan deret waktu (time series) dari individu tertentu atau berupa data penampang lintang (cross section). Penelitian-penelitian dengan model ekonometrik di Indonesia banyak memakai jenis data yang kedua, terutama karena terbatasnya data deret waktu.

Salah satu kelemahan dari data penampang lintang adalah bahwa pengaruh perubahan situasi ekonomi (seperti kebijaksanaan pemerintah) dari waktu ke waktu tidak bisa terangkum. Kelemahan lain menyangkut interpretasi dari variabel harga. Variasi harga suatu barang dalam data tersebut bisa terjadi karena perbedaan kualitas atau pengaruh lain. Di pihak lain, dalam suatu model regresi biasanya kita mengasumsikan bahwa barang yang diteliti adalah homogen, sehingga hanya satu tingkat harga yang berlaku.

*) Staf Peneliti, Pusat Penelitian Agro Ekonomi, Bogor.

Untuk memperkaya cakupan data yang dipakai, dapat ditempuh dengan cara menggabungkan kedua jenis data tersebut. Data dari BPS misalnya, mengumpulkan informasi dari sejumlah individu atau sektor dalam beberapa tahun. Demikian juga kalau kita mempunyai data keragaan dari sejumlah perusahaan selama beberapa periode. Dalam penggunaan data gabungan tersebut timbul masalah perumusan model yang mampu memisahkan variasi data antar individu maupun variasi data dari waktu ke waktu. Beberapa penulis terdahulu yang menggunakan data semacam ini, tidak memperhatikan adanya dua sumber variasi dari data tersebut (Rachmat, 1985, Darmawan, 1983; Marisa dan Rusastra, 1988).

Tulisan ini menyajikan model alternatif yang secara eksplisit memperhatikan adanya variasi antar individu dan variasi antar waktu dari data gabungan. Contoh penggunaannya disajikan untuk penaksiran fungsi produksi padi di Jawa. Pembahasan masih dibatasi untuk model persamaan tunggal.

SPESIFIKASI MODEL

Dalam suatu model regresi berganda:

$$Y_i = \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{ki} + e_i \qquad (1)$$

$$i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots N$$

terkandung asumsi bahwa koefisien-koefisien β_1 dan β_k adalah tetap dan nilainya sama untuk seluruh N contoh. Asumsi ini tentu hanya sekedar penyederhanaan dari kenyataan yang kompleks. Namun penyederhanaan ini semakin tampak tidak mengena bila kita menggunakan data gabungan dari N individu masing-masing selama T tahun. Dalam himpunan data tersebut komponen galat masih mengandung dua sumber keragaman yang masih bisa diidentifikasi, yaitu keragaman antar individu dan keragaman antar waktu.

Untuk data gabungan tersebut ada 5 kemungkinan spesifikasi yang bisa dirumuskan (Judge *et al.* 1985).

1. Semua koefisien dianggap konstan dan peubah galat dianggap mencerminkan perbedaan antar individu dan antar waktu,

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + e_{it} \qquad (2)$$

2. Koefisien slope dianggap konstan sedangkan intersep berbeda antar individu,

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + e_{it} \qquad (3)$$

3. Koefisien slope dianggap konstan sedangkan intersep berbeda antar individu dan antar waktu,

$$Y_{it} = \beta_{lit} + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + e_{it} \tag{4}$$

4. Semua koefisien berbeda antar individu,

$$Y_{it} = \beta_{li} + \sum_{k=2}^{K} \beta_{ki} X_{kit} + e_{it} \tag{5}$$

5. Semua koefisien berbeda antar individu dan antar waktu,

$$Y_{it} = \beta_{lit} + \sum_{k=2}^{K} \beta_{kit} X_{kit} + e_{it} \tag{6}$$

Model 2 sampai 4 dapat dikelompokkan lagi apakah koefisien-koefisien parameternya dianggap tetap atau berubah secara acak (random). Untuk model 5 dapat dianggap bahwa semua koefisien adalah berubah secara acak.

Para pemakai dihadapkan pada pilihan model mana yang paling sesuai untuk suatu keadaan tertentu. Dalam kepustakaan, yang paling banyak dipakai dan dibahas adalah model yang membedakan intersep (Judge *et al.* 1982; Bapna *et al.* 1984; Dielman, 1983; Malinvaud, 1980; Frazao, 1985). Alasannya tidak lain karena kesederhanaan penaksiran parameter untuk model tersebut. Alternatif model lainnya, tampak belum banyak dipakai karena kompleksnya prosedur penaksiran parameter. Kasryno (1985) telah mencoba model yang membedakan slope antar waktu.

Setelah diputuskan model mana yang akan dipakai, masalah berikutnya adalah memilih prosedur penaksiran parameter. Pembahasan selanjutnya dalam makalah ini adalah mengenai prosedur penaksiran parameter untuk model yang membedakan intersep. Pertama-tama, dengan menganggap parameter konstan. Selanjutnya beranjak ke yang lebih kompleks dengan menganggap parameter berubah secara acak. Kedua alternatif model tersebut adalah minimum perlakuan yang diperlukan dalam model regresi yang memakai data gabungan.

PEMBEDAAN INTERSEP DENGAN PARAMETER KONSTAN

Model alternatif yang paling sederhana adalah dengan membedakan intersep antar individu sedangkan koefisien slope dianggap tetap antar individu maupun waktu. Dengan asumsi tersebut, persamaan (1) dapat ditulis kembali dengan memasukkan peubah boneka untuk intersep sebanyak N kali, yaitu:

$$Y_{it} = \sum_{j=1}^{N} \beta_{1j} D_{jt} + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + e_{it} \tag{7}$$

dimana D = 1 bila i = j dan 0 bila i ≠ j.

Untuk individu i, persamaan (7) dapat ditulis dalam notasi matrik sebagai:

$$Y_i = \beta_{1i} J_T + X_{si} \beta_s + e_i \tag{8}$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, N$$

dimana: $J_T = (1, 1, \ldots\ldots, 1)'$, vektor bilangan bernilai satu dengan ukuran $T \times 1$.

$$Y_i = \begin{bmatrix} Y_{i_1} \\ Y_{i_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{iT} \end{bmatrix}, \quad X_{si} = \begin{bmatrix} X_{2i_1} & X_{3i_1} & X_{ki_1} \\ X_{2i_2} & X_{3i_2} & X_{ki_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{2iT} & X_{3iT} & X_{kiT} \end{bmatrix}$$

$$e_i = \begin{bmatrix} e_{i_1} \\ e_{i_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_{iT} \end{bmatrix}, \quad \beta_s = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

Untuk contoh keseluruhan sebanyak NT, persamaannya dapat ditulis sebagai:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_T & 0 & \ldots\ldots & 0 & X_{S_1} \\ 0 & J_T & \ldots\ldots & 0 & X_{S_2} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & & J_T & X_{SN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{1N} \\ \beta_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_N \end{bmatrix} \tag{9}$$

Dalam notasi Kronecker product, persamaan tersebut dapat dituliskan dengan lebih kompak yaitu:

$$Y = \begin{bmatrix} I_N \otimes J_T & X_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_S \end{bmatrix} + e \qquad (10)$$

Ukuran dari matrik $\begin{bmatrix} IN \otimes J_T & X_S \end{bmatrix}$ adalah $\begin{bmatrix} NT \times (N+K\text{-}1) \end{bmatrix}$

Vektor galat e mempunyai nilai harapan nol dan matrik keragaman $\sigma_e^2 I_{NT}$. Karena itu metoda kuadrat terkecil dapat digunakan untuk menduga β_1 dan β_S, yaitu:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TI_N & (IN \otimes J_T)' X_S \\ X_S'(I_N \otimes J_T) & X_S' X_S \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (I_N \otimes J_T)' Y \\ X_S' \end{bmatrix} \qquad (11)$$

dan penduga keragamannya adalah:

$$s_e^2 = \frac{\hat{e}'\hat{e}}{NT - (N + K\text{-}1)} \qquad (12)$$

Bila contoh penampang lintang N cukup besar (N > 40), matrik kebalikan yang dihitung seperti diatas tidak reliable. Sebagai alternatifnya dapat ditempuh pendugaan dengan menggunakan "partitioned inverse", sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b_S &= \left[X_S'(I_N \otimes D_T) X_S\right]^{-1} X_S'(I_N \otimes D_T) Y \\ &= \left[X_S'(I_N \otimes D_T)'(I_N \otimes D_T) X_S\right]^{-1} X_S'(I_N \otimes D_T)'(I_N \otimes D_T) Y \\ &= (Z'Z)^{-1} Z'w \qquad (13) \end{aligned}$$

dimana: $Z = (I_N \otimes D_T) X_S$ dan $w = (I_N \otimes D_T) Y$, atau

$$Z = \begin{bmatrix} D_T X_{S_1} \\ D_T X_{S_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_T X_{SN} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad W = \begin{bmatrix} D_T Y_1 \\ D_T Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_T Y_N \end{bmatrix}$$

$$D_T = I_T - \frac{J_T' J_T}{T}$$

$$D_T X_{si} = \begin{bmatrix} X_{2i_1} - \bar{X}_{2i} \ldots\ldots X_{ki_1} - \bar{X}_{ki} \\ X_{2i_2} - \bar{X}_{2i} \ldots\ldots X_{ki_2} - \bar{X}_{ki} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ X_{2iT} - \bar{X}_{2i} \ldots\ldots X_{kiT} - \bar{X}_{ki} \end{bmatrix}$$

$$D_T Y = \begin{bmatrix} Y_{i_1} - \bar{Y}_i \\ Y_{i_2} - \bar{Y}_i \\ \vdots \\ Y_{iT} - \bar{Y}_i \end{bmatrix}, i = 1, 2, \ldots\ldots N$$

Jadi koefisien slope dapat diduga dengan jalan mentransformasi data kedalam bentuk simpangan dari rata-rata antar waktu dan kemudian gunakan metoda kuadrat terkecil tanpa intersep, yaitu modelnya adalah:

$$Y_{it} - \bar{Y} = \sum_{k=2}^{k} \beta_k (X_{kit} - \bar{X}_{ki}) + e_{it} - \bar{e}_i \tag{14}$$

Koefisien intersep untuk tiap individu dapat diperoleh dari hubungan:

$$b_{1i} = \bar{Y}_i - \bar{X}_i' \, b_s \tag{15}$$

dimana:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} Y_{it}, \bar{X}_i = (\bar{X}_{2i}, \bar{X}_{3i}, \ldots, \bar{X}_{ki})$$

$$\bar{X}_{ki} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} X_{kit} \quad k = 2, 3, \ldots\ldots, K$$

Penduga keragaman yang akan diperoleh dari regresi tersebut adalah:

$$s_e^{*2} = \frac{\hat{e}'\hat{e}}{NT - K + 1} \tag{16}$$

yang merupakan penduga bias untuk σ_e^2. Untuk mendapatkan penduga tak bias, kalikan faktor koreksi $\frac{NT - K + 1}{NT-(N+K+1)}$ yang menghasilkan penduga seperti dalam (12).

Struktur dari model yang telah dikemukakan dapat juga dipakai untuk membedakan intersep antar waktu dengan perubahan notasi seperlunya.

MODEL KOMPONEN GALAT

Lain halnya dengan model yang dibahas terdahulu, dalam model ini koefisien intersep diasumsikan berubah secara acak. Jadi untuk model:

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + e_{it} \tag{17}$$

diasumsikan bahwa β_{1i} adalah peubah acak dengan nilai harapan $\bar{\beta}_1$ dan ragam σ^2_u. Dengan demikian bisa ditulis bahwa:

$$\beta_{1i} = \bar{\beta}_1 + u_i \tag{18}$$

dimana $E(u_i) = 0$, $E(u_i^2) = \sigma^2_u$, $E(u_i u_j) = 0$ untuk $1 \neq j$ dan $E(u_i e_{jt}) = 0$. Peubah acak u_i menunjukkan faktor-faktor yang spesifik untuk individu ke-i seperti tingkat kemampuan dan aksesibilitas terhadap pusat-pusat pelayanan. Persamaan (18) kemudian dapat ditulis sebagai[1]:

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} \beta_k X_{kit} + (u_i + e_{it}) \tag{19}$$

Spesifikasi seperti di atas menunjukkan bahwa galat terdiri atas komponen yang spesifik untuk individu i (u_i) dan komponen yang melekat pada individu dan waktu (e_{it}).

Untuk mencakup seluruh individu, persamaan (19) dapat ditulis kembali dengan notasi matrik sebagai:

$$Y = X\beta + u \otimes J_T + e \tag{20}$$

dimana $X' = (X_1', X_2' \ldots X_N')$, $u = (u_i, u_2, \ldots u_N)'$,
$Y = (Y_1', Y_2', \ldots, Y_N')$, $e' = (e_1', e_2', \ldots, e_N')$, dan $\beta = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$. Matrik keragaman untuk galat gabungan adalah:

$$\begin{aligned} \Omega &= E[(u \otimes J_T + e)(u \otimes J_T + e)'] \\ &= I_N \otimes \Omega_i \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \text{dan } \Omega_i &= E[(u_i J_T + e_i)(u_i J_T + e_i)'] \\ &= \sigma^2_u J_T J_T' + \sigma^2_e I_T \end{aligned} \tag{22}$$

---

[1] Persamaan (18) mengasumsikan bahwa β_{1i} berubah secara acak antar individu. Bila parameter tersebut dianggap berubah antar individu maupun waktu, maka persamaan (18) menjadi: $\beta_1 + u_i + \lambda_t$ dimana λ_t adalah komponen galat yang spesifik pada tahun t dan $E(\lambda_t) = 0$, $E(\lambda_t^2) = \delta\gamma^2$ $E(\lambda_0 \lambda_t) = 0$ untuk $j \neq t$ dan $E(\lambda_t e_{jt}) = 0$. Peubah λ_t menunjukkan pengaruh faktor-faktor yang berubah menurut waktu seperti teknologi, musim dan kebijaksanaan pemerintah.

Bila σ_u^2 dan σ_e^2 diketahui, maka β dapat diduga dengan cara "generalized Least Squares (GLS)", yaitu:

$$\hat{\beta} = (X' \Phi^{-1} X)^{-1} X' \Phi^{-1} Y \tag{23}$$

Untuk menduga persamaan (23) dengan OLS diperlukan matrik transformasi P yang memenuhi syarat $P'P = c\,\Phi^{-1}$ dimana c adalah sembarang konstan. Seperti dikemukakan oleh Judge *et al.* (1982), untuk kasus ini dapat dipilih matrik $P = I_N \otimes P_i$, dimana $P_i = I_T - \alpha \frac{J_T J_T'}{T}$, $\alpha = 1 - \sigma_e/\sigma_1$ dan $\sigma_1^2 = T\sigma_u^2 + \sigma_e^2$.

Transformasi dilakukan dengan mencari $Y^* = PY$ dan $X^* = PX$. Unsur ke i pada tahun t dari Y^* dan X^* adalah:

$$Y_{it}^* = Y_i - \alpha \bar{Y}_i \tag{24}$$

$$X_{kit}^* = X_{kit} - \alpha \bar{X}_{ki} \tag{25}$$

(Penurunan yang lebih terinci mengenai matrik transformasi disajikan dalam Lampiran 1). Dengan demikian penduga dari β dapat dicari dengan cara OLS dari persamaan:

$$Y_{it} - \alpha \bar{Y}_i = (1 - \alpha)\, \bar{\beta}_1 + \sum_{k=2}^{K} \beta_k (X_{kit} - \alpha \bar{X}_{ki}) + e_{it} \tag{26}$$

Masalah yang tampak dalam penaksiran β di atas adalah bahwa α tidak diketahui. Dalam praktek, α dapat diduga dengan terlebih dahulu menduga σ_e^2 dan σ_u^2.

Sebagai penduga tak bias untuk σ_e^2 dapat dipakai komponen galat dari model dengan peubah boneka yang telah dibahas terdahulu, yaitu:

$$\sigma_e^2 = \frac{\hat{e}'\hat{e}}{N(T-1) - K - 1}$$

dan $\hat{e} = (I_N \otimes D_T)\, Y - (I_N \otimes D_T)\, X_s b_s$

Tahap selanjutnya adalah mencari penduga untuk σ_1^2. Kalau model (19) dirata-ratakan untuk tiap individu, akan diperoleh:

$$\bar{Y} = \bar{X}\beta + v \tag{27}$$

dimana $v = u + \bar{e}$. Ragam dari v adalah: $E[(u + \bar{e})(u + \bar{e})'] = \sigma_u^2 + \frac{\sigma_e^2}{T} = \frac{\sigma_1^2}{T}$. Koefisien regresi dengan OLS dari model ini adalah:[1].

$$\beta^* = (X'X)' X'Y \tag{28}$$

[1] Tentu saja pendekatan ini hanya dapat digunakan jika jumlah individu lebih banyak dari K + 1.

dan penduga dari δ_1^2/T adalah:

$$\frac{\hat{\sigma}_1^2}{T} = \frac{v^{*\prime} v^*}{N-K} \quad \text{serta } v^* = Y - X\beta^*$$

Satu masalah dengan penduga ini adalah bahwa bila $\hat{\sigma}_e^2 > \hat{\sigma}_1^2$ maka $\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\hat{\sigma}_1^2 - \hat{\sigma}_e^2}{T}$ akan negatif. Bila hal ini terjadi, suatu indikasi bahwa pengaruh variasi antar waktu tidak bisa diabaikan.

Secara ringkas, penaksiran parameter dengan GLS dilakukan dengan tahap-tahap sebagai berikut:

(1) Hitung penduga parameter untuk model dengan peubah boneka:

$$b_S = [X_S' (I_N \otimes D_T) X_S]^{-1} X_S' (I_N \otimes D_T) Y$$

(2) Hitung $\hat{\sigma}_e^2$ dengan menggunakan komponen galat dari (1), yaitu:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\hat{e}'\hat{e}}{N(T-1) - K - 1}$$

(3) Hitung penduga dengan menggunakan data rata-rata individu:

$$\beta^* = (\bar{X}'\bar{X})^{-1} \bar{X}'\bar{Y}$$

(4) Hitung $\hat{\sigma}_1^2$ dengan menggunakan komponen galat dari (3), yaitu:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{v'^* v^*}{N-K} \cdot T$$

(5) Hitung $\hat{\alpha} \triangleq 1 - \hat{\sigma}_e/\hat{\sigma}_1$

(6) Transformasikan Y dan X:

$$Y^*_{it} = Y_{it} - \alpha \bar{Y}_i$$

$$X^*_{kit} = X_{kit} - \alpha \bar{X}_{ki}$$

(7) Hitung penduga parameter ($\hat{\beta}$) dengan regresi OLS dari data yang telah ditransformasikan.

Seperti halnya dengan model sebelumnya, pembedaan intersep antar waktu mempunyai struktur yang analog dengan pembedaan antar individu.

CONTOH PENGGUNAANNYA

Untuk memberikan contoh pendugaan parameter dari model-model di atas, di bawah ini akan disajikan pendugaan parameter fungsi produksi padi di Jawa. Data masukan-keluaran usahatani berasal dari 10 kabupaten di Jawa (N = 10) selama tiga tahun 1981-1983 ($T = 3$). Dalam hal ini dianggap bahwa data untuk tingkat kabupaten dalam kurun waktu tersebut menyebar secara identik dan bebas satu sama lainnya. Lampiran 2 menyajikan data yang dipakai selengkapnya.

Dengan intersep konstan, model fungsi produksi yang digunakan adalah:

$$Y_{it} = \sum_{i=1}^{20} \beta_{1i} D_{it} + \sum_{k=2}^{4} \beta_k X_{kit} + e_{it} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

$i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, 20$

$t = 1, 2, 3$

Y = produksi padi dalam kg/ha

X_1 = bibit dalam kg/ha

X_2 = pestisida dalam Rp 1000/ha

X_3 = pupuk dalam kg/ha

Dengan jumlah $N = 20$, parameter dalam model di atas dapat diduga secara langsung seperti pada persamaan (11). Namun untuk keperluan ilustrasi, dalam contoh ini akan dikemukakan cara pendugaan tidak langsung (persamaan 14 dan 15).

Untuk menempuh cara ini, data untuk seluruh variabel ditransformasi ke dalam bentuk simpangan dari rata-rata individu seperti pada persamaan (14). Selanjutnya prosedur OLS dipakai untuk menduga koefisien slope dengan data yang telah ditransformasi. (OLS tanpa intersep).

Berdasarkan prosedur tersebut koefisien-koefisien penduga yang diperoleh adalah:

b^2 = -27,4120
b_3 = 23,8132
b_4 = 14,0124

dimana b_2, b_3, dan b_4 adalah masing-masing penduga koefisien slope untuk bibit, pestisida dan pupuk. Penduga intersep untuk masing-masing individu diperoleh dengan menggunakan persamaan (15), yang menghasilkan:

b_{11}	= 1877,90	b_{111}	= 2499,30
b_{12}	= 2608,65	b_{112}	= 2590,29
b_{13}	= 2714,74	b_{113}	= 2624,00
b_{14}	= 2498,14	b_{114}	= 2818,31
b_{15}	= 3460,09	b_{115}	= 3602,68
b_{16}	= 3845,39	b_{116}	= 3488,10
b_{17}	= 3498,49	b_{117}	= 3826,94
b_{18}	= 3443,90	b_{118}	= 3006,19
b_{19}	= 4300,01	b_{119}	= 3452,92
b_{110}	= 2723,85	b_{120}	= 3794,69

Penduga ragam galat yang telah dikoreksi adalah $\hat{\sigma}^2_e$ = 51324,62.

Dengan anggapan intersep berubah secara acak, model yang akan diduga menjadi:

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^{4} \beta_k X_{kit} + U_i + e_{it} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

Untuk menduga parameter dari model tersebut, pertama-tama perlu diduga dulu σ^2_1. Seperti telah disebutkan, penduga ini diperoleh dengan memakai prosedur OLS dari model linear dengan data rata-rata individu (persamaan 28). Dengan prosedur tersebut diperoleh $\hat{\sigma}^2_1$ = 642950,43. Selanjutnya dihitung:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 1 - \hat{\sigma}_e/\hat{\sigma}_1 \\ &= 1 - 0{,}2825 \\ &= 0{,}7175 \end{aligned}$$

Setelah semua variabel ditransformasi menurut persamaan (24) dan (25), prosedur OLS dipakai untuk menduga parameter dari model komponen galat. Hasilnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b_1 &= 3924{,}81 \\ b_2 &= -28{,}3642 \\ b_3 &= 17{,}4321 \\ b_4 &= 12{,}5627 \end{aligned}$$

PENUTUP

Dalam suatu model regresi data gabungan dari N individu selama T waktu tidak bisa digabung begitu saja menjadi kelompok contoh sejumlah NT. Parameter yang diduga dengan OLS dari data tersebut akan bias dan tidak efisien karena kesalahan spesifikasi.

Pemakaian data gabungan seperti di atas mengharuskan dirumuskannya suatu model yang memperhatikan adanya variasi data antar individu maupun antar waktu. Model paling sederhana untuk memenuhi kebutuhan tersebut adalah dengan membedakan intersep antar individu atau waktu (model peubah boneka).

Dalam model tersebut koefisien intersep dianggap konstan. Satu variasi dari model tersebut adalah dengan menganggap bahwa koefisien intersep berubah secara acak.

Dalam praktek tidak ada pegangan pokok yang bisa dipakai untuk menentukan model mana yang dipakai dari kedua alternatif di atas. Selama ini pemilihan tersebut bersifat sembarang walaupun pada akhirnya bisa diuji apakah spesifikasi yang terpilih cocok atau tidak.

Sebagai bahan pertimbangan, pengujian hipotesa dalam model peubah boneka bersifat bersyarat (conditional) terhadap komponen variasi antar individu/ waktu yang ada dalam contoh. Untuk model intersep yang acak, terkandung asumsi yang ketat tentang distribusi dari U_i. Namun kalau asumsi tersebut benar, maka pendugaan dengan intersep acak akan meningkatkan efisiensi dibanding model dengan asumsi intersep konstan.

Model yang dibahas dalam tulisan ini juga mengasumsikan tidak adanya korelasi antara peubah bebas dan komponen variasi antar individu/waktu. Model yang memperhatikan adanya korelasi tersebut dibahas dalam Mundlak (1978).

Ilustrasi dalam tulisan ini masih terbatas untuk model persamaan tunggal. Tulisan-tulisan selanjutnya yang diperlukan adalah mengenai spesifikasi dan prosedur pendugaan parameter dalam konteks suatu persamaan sistim. Demikian juga prosedur pendugaan untuk model yang membedakan tidak hanya koefisien intersep tetapi juga slope.

DAFTAR PUSTAKA

Bapna, S.L., H.P. Binswanger, J.B., Quizon. 1984. "System of Output Supply and Factor Demand Equations for Semi-Arid Tropical India". Indian Journal of Agricultural Economics, 39: 179-202.

Dielman, T.E. 1983. "Pooled Cross-Sectional and Time Series Data: A Survey of Current Statistical Methodology". The American Statistician, 37: 111-122.

Dharmawan, J. 1983. "Urea dan TSP di Indonesia Dalam Analisa Permintaan Quantitatif". Jurnal Agro Ekonomi, 1: 1-27.

Frazao, B. 1985. "Worker, Jobs, and Wages in Rural Guatemala: Return to Experience. Labor Economic Workshop, North Carolina State University.

Judge, G.G., R.C. Hill, W.E. Griffiths, H. Lutkepohl, T.C. Lee. 1982. Introduction to the Theory and Practice of Econometrics. John Willey & Sons, New York.

————. 1985. The Theory and Practice of Econometrics. John Willey & Sons, New York.

Kasryno, F. 1985. "Efficiency Analysis of Rice Farming in Java 1977-1983". Jurnal Agro Ekonomi, 4: 1-26.

Malinvaud, E. 1980. Statistical Methods of Econometrics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Marisa, Y., W. Rusastra. 1988. "Aspek Usahatani dan Pengembangan Komoditi Jagung di Sulawesi Selatan". Makalah yang disampaikan dalam Seminar Berkala di Pusat Penelitian Agro Ekonomi, Bogor.

Mundlak, Y. 1978. "On the Pooling of Time Series and Cross Section Data". Econometrics, 46: 69-85.

Rachmat, M. 1986. "Elastisitas Permintaan Masukan dan Penawaran Hasil Tanaman Padi di Jawa". Jurnal Agro Ekonomi, 5: 10-17.

Tabel Lampiran 1.

Dalam GLS model, penduga parameter adalah:

$$\beta \hat{=} (X' \phi^{-1} X)^{-1} X' \phi^{-1} Y \qquad (1)$$

Bila ada matrik P yang memenuhi syarat $P'P = \phi^{-1}$, maka (1) menjadi:

$$\begin{aligned} \beta &\hat{=} (X'P'PX)^{-1} X'P'PY \\ &= [(PX)' PX]^{-1} (PX)'PY \\ &= (X^*X^*)^{-1} X^* Y^* \qquad (2) \end{aligned}$$

dimana $X^* = PX$ dan $Y^* = PY$. Jadi β dapat diduga dengan OLS dari model linier yang variabelnya telah ditransformasi.

Seperti dikemukakan dalam Judge *et al.* (1982),

$$\phi^{-1} = (I_N \otimes V)^{-1} = I_N \otimes V^{-1} \qquad (3)$$

$$\text{dan } V^{-1} = \frac{J_T J_T'}{T \sigma_1^2} + \frac{D_T}{e^2} \qquad (4)$$

dimana $\sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma e^2$ dan $D_T = I_T - \frac{J_T J_T'}{T}$

Bila ada matrik P^* yang didefinisikan sebagai:

$$P^* = I_T - \alpha \frac{J_T J_T'}{T} \qquad (5)$$

dan $\alpha = 1 - \sigma_e / \ _1$

maka $P^{*\prime} P^* = \sigma_e^2 V^{-1}$ yang berarti bahwa:

$$P = I_N \otimes P^* \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{karena } P'P &= (I_N \otimes P^*)' (I_N \otimes P^*) \\ &= I_N \otimes P^{*\prime} P^* \\ &= I_N \otimes \sigma_e^2 V^{-1} \\ &= \sigma_e^2 (I_N \otimes V^{-1}) \\ &= \sigma_e^2 \phi^{-1} \qquad (7) \end{aligned}$$

Selanjutnya, bentuk transformasi yang dilakukan dapat dirinci sebagai berikut:

$$Y^* = PY = (I_N \otimes P^*)\, Y = \begin{bmatrix} P^* Y_1 \\ P^* Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ P^* Y_N \end{bmatrix}$$

$$X^* = PX = (I_N \otimes P^*)\, X = \begin{bmatrix} P^* X_1 \\ P^* X_2 \\ . \\ . \\ . \\ P^* X_N \end{bmatrix} \qquad (8)$$

Untuk individu i:

$$PY_i = (I_N - \alpha \frac{J_T J_T'}{T})\, Y_i$$
$$= Y_i - \alpha \bar{Y}_i . J_T$$

$$\text{atau } Y^*_{it} = Y_{it} - \bar{Y}_i . \qquad (9)$$

$$PX_i = (I_N - \alpha \frac{J_T J_T}{T}) X_i$$

$$= (1 - \alpha) J_T X_{2i} - \bar{X}_{2i} . J_T \ldots . X_{ki} - \bar{X}_{ki} . J_T$$

$$\text{atau } X^*_{kit} = X_{kit} - \alpha X_{ki} . \ldots . \qquad (10)$$

Tabel Lampiran 2. Data masukan dan keluaran usahatani padi di Jawa, 1981-1983.

Kabupaten	Produksi (kg/ha)			Bibit (kg/ha)			Pupuk (kg/ha)			Pestisida (Rp 000/ha)		
	1981	1982	1983	1981	1982	1983	1981	1982	1983	1981	1982	1983
1	4337	4339	4806	9,2	9,5	7,2	114,8	118,6	125,4	0,54	0,24	0,05
2	4317	4520	4592	13,0	14,5	23,3	98,4	87,9	107,0	0,28	0,04	0,05
3	4104	4929	5076	7,4	10,5	12,6	73,1	87,7	122,6	0,78	0,95	2,03
4	3986	4239	4379	10,5	6,4	11,2	73,1	87,7	84,5	0,50	1,03	1,16
5	3946	4378	5097	25,9	17,3	8,7	44,7	49,8	82,1	0,38	0,10	0,60
6	5050	5331	5654	2,9	2,1	0,9	60,0	58,1	76,0	0,49	1,07	1,38
7	4154	4533	4930	7,0	2,7	2,9	38,3	63,6	42,3	0,30	1,56	0,34
8	5083	5420	5485	16,2	4,5	33,7	73,7	89,2	124,4	0,23	0,47	1,42
9	4861	5129	5183	33,7	29,4	31,6	66,2	59,6	77,4	0,24	0,40	1,94
10	4977	5322	5280	8,3	18,4	6,1	96,6	156,0	95,3	0,40	0,15	0,64
11	4216	4318	4824	10,4	11,3	9,8	94,5	86,1	100,9	0,62	0,65	0,42
12	4124	3926	4324	9,8	10,1	8,1	71,2	84,3	68,3	1,48	0,42	0,92
13	3928	4012	4716	8,3	13,1	6,8	67,8	92,4	72,1	0,51	0,82	0,71
14	5016	5124	4892	11,4	16,2	18,6	108,9	121,3	98,6	0,25	0,48	0,32
15	4284	4182	5216	13,1	14,8	16,2	68,6	71,2	99,4	0,61	0,44	0,31
16	4428	4832	4921	6,7	8,6	9,4	48,6	72,1	62,8	0,74	0,34	0,26
17	4821	4726	5241	8,6	10,2	11,6	52,1	48,9	72,4	0,12	0,24	0,18
18	3824	4184	5182	16,4	14,1	18,2	64,7	78,4	86,5	0,95	1,04	0,82
19	4981	5102	4981	14,2	16,2	17,2	49,6	98,2	104,2	0,76	0,64	0,55
20	5142	4928	5216	11,3	14,4	12,5	82,4	45,6	78,2	0,16	0,32	0,41