KERAGAAN GALAT PADA BERBAGAI METODE OPTIMASI SISAAN

The Error Performances of Some Residual Optimization Methods

Setyono[1], I Made Sumertajaya[2], Anang Kurnia[2], Ahmad Ansori Mattjik[2]

[1]Mahasiswa S3 Statistika IPB, dosen Agroteknologi UNIDA
[2]Dosen Statistika IPB, pembimbing penulis pertama
Telp. (361) 720498, Fax. (361) 720498
E-mail : setyono@unida.ac.id

(Makalah diterima 11 Mei 2015 – Disetujui 4 Desember 2015)

ABSTRAK

Statistik yang baik adalah yang tak bias dan efisien. Dalam praktek statistik hanya ada satu contoh dengan ukuran tertentu, sehingga tidak dibutuhkan statistik tak bias, melainkan statistik yang memiliki galat kecil. Apabila hanya terdapat data contoh maka yang dapat dilakukan adalah mengoptimasi sisaan, bukan galat. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keragaan galat pada tiga metode optimasi sisaan, yaitu meminimumkan maksimum sisaan mutlak (MLAD), jumlah sisaan mutlak (LAD) dan jumlah kuadrat sisaan (LS). Hasil penelitian melalui percobaan simulasi menunjukkan bahwa pada sebaran seragam optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak berhasil mendapatkan statistik dengan galat paling kecil. Sementara itu optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan berhasil mendapatkan statistik dengan galat paling kecil ketika data menyebar normal atau menyebar eksponensial. Sifat ini berlaku untuk menduga ukuran pemusatan, koefisien regresi, dan nilai respon pada regresi.

Kata kunci: galat, LAD, MLAD, optimasi sisaan, regresi, sisaan mutlak

ABSTRACT

A good statistic is unbiased and efficient. Because the encountered data in practice is a sample data with a certain size, the required statistic is not unbiased statistic, but statistic that has small error. When the encountered data is only a sample data, then that can be done is not error optimization but is residual optimization. This study aims to examine the error performance of three methods of residual optimization, they are by minimizing the maximum of absolute residual (MLAD), by minimizing the sum of absolute residual (LAD), and by minimizing the sum of squared residual (LS). Research results using simulation experiments showed that if the data have uniform distribution, the residual optimization method by minimizing maximum of absolute residual get the smallest error. Meanwhile, residual optimization method by minimizing the sum of squared residual get the smallest error when the data have normal or exponential distribution. This property is true when statistics to be estimated are measure of central tendency, regression coefficients, and the response of regression.

Key words: *error, LAD, MLAD, residual optimization, regression, absolute residual*

PENDAHULUAN

Setiap penelitian pada prinsipnya ingin mengetahui parameter populasi, baik nilai parameter langsung seperti nilai tengah, uraian dari parameter seperti koefisien regresi, maupun fungsi dari parameter seperti heritabilitas. Parameter populasi hanya dapat diketahui jika seluruh populasi diamati. Ketidakmampuan mengamati populasi membuat analisis berbasis data contoh menjadi andalan, di samping teknik pengambilan contoh itu sendiri. Akibatnya, pendugaan parameter merupakan hal yang penting.

Parameter populasi yang paling banyak diperhatikan adalah ukuran pemusatan. Pada umumnya, ukuran pemusatan dari satu set data dideskripsikan dalam bentuk modus, median, atau rata-rata. Pada data yang bersifat kontinu, yaitu data berskala interval dan rasio, nilai modus dari data contoh hampir tidak dapat diperoleh, karena pada ukuran yang terbatas jarang dijumpai nilai data yang berulang. Pada data kontinu seperti ini ukuran pemusatan berupa tengah wilayah, yaitu rata-rata dari nilai pengamatan terbesar dengan nilai pengamatan terkecil, justru lebih berpotensi diterapkan daripada modus. Seperti halnya rata-rata dan median, tengah wilayah selalu dapat diperoleh dari satu set data kontinu. Namun penggunaan tengah wilayah relatif jarang, sehingga program komputer tidak menyediakan fungsi *built in* untuk tengah wilayah, apalagi regresi berbasis tengah wilayah.

Ukuran pemusatan dari satu set data dapat dipandang sebagai hasil optimasi terhadap sisaan yang dihasilkan. Sisaan (simpangan) adalah selisih antara nilai pengamatan dengan penduga ukuran pemusatan. Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (dikenal dengan metode kuadrat terkecil atau *least square* disingkat LS) menghasilkan ukuran pemusatan berupa rata-rata. Optimasi dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak (dikenal dengan metode *least absolute deviation* disingkat LAD) menghasilkan ukuran pemusatan yang belum tentu khas. Hao dan Naiman (2007) telah menunjukkan bahwa salah satu penduga LAD adalah median. Sementara itu optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak (disebut metode *minimum largest absolute deviation* disingkat MLAD) menghasilkan ukuran pemusatan berupa tengah wilayah (Akcay dan At, 2006). Metode MLAD ini dirintis oleh Rudolf *et al.* (1999).

Statistik atau penduga parameter yang baik adalah yang tak bias dan efisien. Tak bias artinya nilai rata-rata dari semua kemungkinan statistik sama dengan parameter populasi, sedangkan efisien artinya ragam statistik yang dihasilkan paling kecil di antara statistik-statistik tak bias yang lain. Hal ini karena yang dihadapi di lapangan hanya satu contoh dengan ukuran tertentu, maka yang dibutuhkan bukan statistik tak bias melainkan statistik yang memiliki galat kecil. Oleh sebab itu perlu dicari metode pendugaan yang maksimum galatnya paling kecil. Pendugaan tidak terbatas pada ukuran pemusatan, melainkan juga pada pendugaan koefisien regresi.

Regresi merupakan analisis yang banyak digunakan pada penelitian percobaan maupun survei, baik sebagai analisis mandiri maupun analisis antara bagi analisis statistika lainnya, misalnya analisis komponen utama (Johnson dan Wichern, 2007) dan model persamaan struktural (Kline, 2011). Dengan dikembangkannya model linier terampat (McCullah dan Nelder, 1989; Dobson, 2002), peubah respon yang dianalisis tidak lagi dibatasi pada sebaran normal, melainkan juga dapat dilakukan pada sebaran binomial, Poisson, atau keluarga sebaran eksponensial lainnya. Berkat kemajuan teknologi komputasi, analisis regresi semakin berkembang, tidak terbatas pada solusi analitik, melainkan juga yang memerlukan solusi secara iteratif (Luenberger, 1984) maupun solusi secara pemrograman linier, tidak hanya regresi parametrik tetapi juga regresi nonparametrik dan semiparametrik (Fox, 2004; Takezawa, 2006; Keele, 2008).

Pada pendugaan koefisien regresi, yang dimaksud dengan galat adalah selisih antara b dengan β, dalam hal ini β adalah vektor parameter populasi sedangkan b adalah vektor statistik berdasarkan data contoh. Untuk mengetahui metode yang maksimum galatnya paling kecil perlu diketahui parameter populasi atau pengkajiannya pada data populasi, karena dalam praktek, yang dihadapi adalah data contoh sehingga dapat dilakukan optimasi sisaan, bukan galat. Apakah mengoptimasi sisaan juga berimplikasi mengoptimasi galat? Apakah maksimum galat mutlak terkecil dicapai oleh metode yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak? Pertanyaan akan berkembang lebih jauh ketika optimasi sisaan digunakan untuk menduga koefisien regresi, misalnya $y_i=\beta_0+\beta_1 xi+\varepsilon_i$, antara lain:

(1) Apakah pada setiap xi maksimum sisaan mutlak pada MLAD, jumlah sisaan mutlak pada LAD, dan jumlah kuadrat sisaan pada LS juga paling kecil?
(2) Apakah pada setiap xi maksimum galat mutlak pada MLAD, jumlah galat mutlak pada LAD, dan jumlah kuadrat galat pada LS juga paling kecil?
(3) Apakah maksimum galat mutlak koefisien regresi pada MLAD, jumlah galat mutlak koefisien regresi pada LAD, dan jumlah kuadrat galat koefisien regresi pada LS juga paling kecil?

Berdasarkan pertanyaan atau permasalahan tersebut maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui:

(1) keragaan galat pada tiga metode optimasi sisaan, yaitu meminimumkan maksimum sisaan mutlak (MLAD), jumlah sisaan mutlak (LAD), dan jumlah kuadrat sisaan (LS),

(2) mengetahui metode yang tepat untuk data yang menyebar seragam (mewakili sebaran tanpa ekor), normal (mewakili sebaran setangkup), dan eksponensial (mewakili sebaran tidak setangkup).

DATA DAN METODE

Karakteristik sisaan pada pendugaan nilai respon dipelajari melalui simulasi menggunakan data *delivery time*, yang terdiri atas 25 pengamatan dari tiga peubah, yaitu *delivery time* (Y), *the number of cases of product stocked* (X_1), dan *the distance walked by the route driver* (X_2). Data *delivery time* secara lengkap disajikan pada Tabel 1. Data *Delivery Time* dipilih untuk simulasi dengan pertimbangan data sering digunakan untuk contoh metode regresi, antara lain Rousseeuw dan Leroy (1987), Golberg dan Cho (2010), dan Montgomery *et al.* (2012).

Metode Simulasi

Penelitian menggunakan metode simulasi sebanyak 1.000 kali atau 1.000 set data. Peubah bebas yang digunakan adalah peubah bebas pada data *delivery time*, sedangkan peubah respon dibangkitkan dari sebaran seragam (mewakili sebaran tanpa ekor), sebaran normal (mewakili sebaran setangkup), dan sebaran eksponensial (mewakili sebaran tidak setangkup). Bilangan acak yang dibangkitkan diatur agar memiliki nilai tengah nol dan ragam satu, kemudian ditambah dengan nilai dugaan *delivery time* oleh metode LS yang diperankan sebagai μ_i.

Peubah acak seragam bernilai tengah nol dan beragam satu memiliki fungsi kepekatan

$$f(y) = \frac{1}{2\sqrt{3}};\ \text{untuk } -\sqrt{3} \le y \le \sqrt{3} \quad (1)$$

Peubah acak normal bernilai tengah nol dan beragam satu memiliki fungsi kepekatan.

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (2)$$

Peubah acak eksponensial dengan fungsi kepekatan peluang $f(y;\lambda)=\lambda e^{-\lambda y}$;untuk $0 \le y < \infty$, memiliki nilai tengah $\frac{1}{\lambda}$ dan ragam $\frac{1}{\lambda^2}$. Dengan memilih $\lambda=1$ diperoleh nilai tengah dan ragam sama dengan satu. Oleh sebab itu, agar diperoleh nilai tengah nol dan ragam satu maka semua pengamatan dikurangi dengan satu sehingga peubah acak yang dibangkitkan memiliki fungsi kepekatan peluang.

$$f(y) = e^{-(y+1)};\ untuk -1 \le y < \infty \quad (3)$$

Langkah percobaan simulasi adalah sebagai berikut:

1) Dibangkitkan bilangan acak e_i dari sebaran yang dicoba/
2) Dihitung nilai $y_i=\mu_i+e_i$, dalam hal ini $\mu_i=2.341+1.615\, x_{1i}+0.014x_{2i}$.
3) Diregresikan y terhadap X dengan metode MLAD, LAD, dan LS sehingga diperoleh koefisien regresi **b**, sisaan pada setiap pengamatan (y_i-$\hat{y}_i$), dan galat pada setiap pengamatan ($\hat{y}_i$-μ_i).
4) Dilakukan pengulangan 1000 kali terhadap langkah 1-3.
5) Dihitung maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, rata-rata kuadrat sisaan, maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat pada setiap pengamatan.
6) Dihitung nilai harapan dan kuadrat nilai tengah galat dari **b**.

Tabel 1. Data *Delivery Time*

No	Y	X_1	X_2	No	Y	X_1	X_2
1	16.68	7	560	14	19.75	6	462
2	11.50	3	220	15	24.00	9	448
3	12.03	3	340	16	29.00	10	776
4	14.88	4	80	17	15.35	6	200
5	13.75	6	150	18	19.00	7	132
6	18.11	7	330	19	9.50	3	36
7	8.00	2	110	20	35.10	17	770
8	17.83	7	210	21	17.90	10	140
9	79.24	30	1460	22	52.32	26	810
10	21.50	5	605	23	18.75	9	450
11	40.33	16	688	24	19.83	8	635
12	21.00	10	215	25	10.75	4	150
13	13.50	4	255				

Sumber : Montgomery *et al.* (2012)

Metode Optimasi Sisaan

Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan, dapat ditulis dalam argumen $min\{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{b})^2\}$ dan dikenal dengan nama metode kuadrat terkecil (LS). Solusi metode LS dapat dinyatakan dalam bentuk tertutup (*close form*), sehingga komputasi dan sifat penduganya dapat dijelaskan secara analitik. Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak, dapat ditulis dalam argumen *min* $\{\sum_{i=1}^{n}|y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{b}|\}$dan dikenal dengan nama metode sisaan mutlak terkecil (LAD). Solusi regresi LAD dapat diperoleh melalui program linier, regresi kuantil, dan regresi terbobot iteratif. Regresi LAD memberi bobot kecil pada sisaan besar dan memberi bobot besar pada sisaan kecil sehingga kekar (*robust*) terhadap pencilan. Sementara optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak dapat ditulis dalam argumen $min\{max(|y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{b}|)\}$ dan diberi nama metode maksimum sisaan mutlak terkecil (MLAD). Regresi MLAD belum tersedia pada perangkat lunak Statistika dan sifat-sifatnya belum dipelajari.

Misal data yang akan dicari ukuran pemusatannya adalah 2, 3, 5, 7, 11, dan 13 (enam bilangan prima yang pertama). Hubungan antara ukuran pemusatan dengan jumlah kuadrat sisaan, jumlah sisaan mutlak, dan maksimum sisaan mutlak dideskripsikan pada Gambar 1.

Pada kajian ini, optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan dikerjakan dengan paket yang sudah disediakan oleh program R. Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak dikerjakan dengan regresi median (kuantil=0.5), yang sudah dirintis oleh Koenker dan Bassett (1978) dalam regresi kuantil. Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak dikerjakan dengan program linier mengikuti panduan berikut:

Pada model linier $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i'\mathbf{b} + \mathbf{e}_i$, dalam hal ini y_i adalah respon pengamatan ke-i, $\mathbf{x}_i$' adalah vektor peubah bebas pengamatan ke-i, **b** adalah vektor koefisien regresi, dan ei adalah sisaan pengamatan ke-i. Misalkan z≥0 adalah batas atas (*upper boundary*) sisaan mutlak maka:

$$0 \le |\mathbf{y_i} - \mathbf{x}_i'\mathbf{b}| \le \mathbf{z} \text{ ;untuk semua i}$$

Untuk setiap pengamatan ke-i perlu diperhatikan dua kasus, yaitu ketika sisaan positif

$$0 \le \mathrm{y_i} - \mathbf{x}_i'\mathbf{b} \le \mathrm{z} \Leftrightarrow \mathbf{x}_i'\mathbf{b} + \mathrm{z} \ge \mathrm{y_i}$$

dan ketika sisaan negatif

$$-\mathrm{z} \le \mathrm{y_i} - \mathbf{x}_i'\mathbf{b} \le 0 \Leftrightarrow \mathbf{x}_i'\mathbf{b} - \mathrm{z} \le \mathrm{y_i}$$

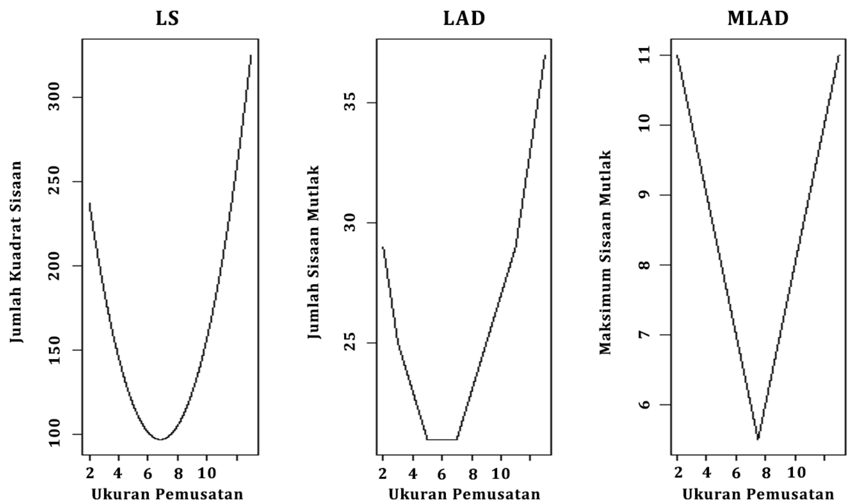
Dengan demikian pada regresi MLAD ini nilai z diminimumkan dengan kendala

$$\mathbf{x}_i'\mathbf{b} - \mathrm{z} \le \mathrm{y_i} \text{ dan } \mathbf{x}_i'\mathbf{b} + \mathrm{z} \ge \mathrm{y_i}$$

Misal gugus data berpasangan (x,y) yang akan diregresikan adalah {(2,2), (4,3), (6,5), (8,7), (10,11)}. Regresi linier sederhana y=a+bx menggunakan metode MLAD dengan fungsi obyektif meminimumkan z dengan kendala:

- a+2b-z≤2, a+4b-z≤3, a+6b-z≤5, a+8b-z≤7, a+10b-z≤11
- a+2b+z≥2, a+4b+z≥3, a+6b+z≥5, a+8b+z≥7, a+10b+z≥11

Panduan untuk pemrograman linier dapat merujuk pada McCarl dan Spreen (1997) atau Winston dan Goldberg (2004), sedangkan untuk mewujudkannya dalam bahasa R dapat merujuk pada Rizzo (2008). Persamaan garis regresi yang dihasilkan adalah *y*= -1.125+1.125*x* dengan maksimum sisaan mutlak (z) sebesar 0.875.



Gambar 1. Hubungan antara ukuran pemusatan dengan jumlah kuadrat sisaan, jumlah sisaan mutlak, dan maksimum sisaan mutlak

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebagai uji petik apakah optimasi sisaan telah berhasil mendapatkan penduga sesuai dengan kriteria kebaikannya, dilakukan perbandingan nilai jumlah kuadrat sisaan, jumlah sisaan mutlak, dan maksimum sisaan mutlak pada data *delivery time*. Analisis regresi pada data *delivery time* sudah pernah dilakukan menggunakan beberapa metode, yaitu LS, Huber, Ramsay, Andrews, Hampel (Montgomery *et al.*, 2012), t_5 (Setyono *et al.*, 1996), dan kali ini juga digunakan LAD dan MLAD. Nilai dugaan koefisien regresi berikut nilai maksimum sisaan mutlak (MSM), jumlah sisaan mutlak (JSM), dan jumlah kuadrat sisaan (JKS) dari beberapa metode untuk data *delivery time* disajikan pada Tabel 2.

Tampak bahwa pada data *Delivery Time*, metode MLAD yang disusun berhasil mendapatkan penduga yang maksimum, sisaan mutlaknya paling kecil. penduga LS menghasilkan jumlah kuadrat sisaan paling kecil, sedangkan penduga LAD menghasilkan jumlah sisaan mutlak paling kecil. Dengan demikian setiap metode sudah berhasil mendapatkan hasil terbaik pada kriteria yang sesuai.

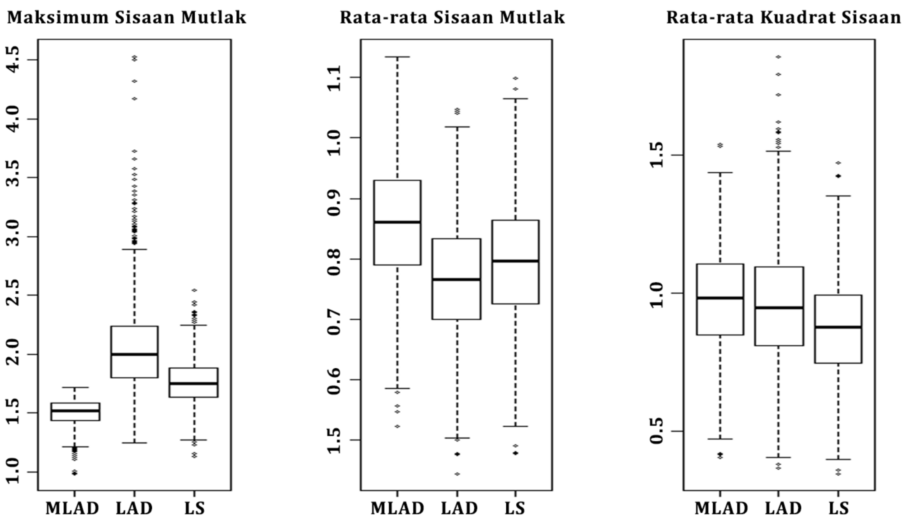
Keragaan Sisaan pada Setiap Ulangan Simulasi

Pada regresi, yang dimaksud sisaan adalah selisih antara nilai pengamatan dengan garis regresi dugaan, atau $\mathbf{y_i} - \mathbf{x_i'b}$. Kajian ini akan menerapkan optimasi sisaan dengan metode MLAD, LAD, dan LS untuk menduga koefisien regresi. Pada metode pendugaan berbasis optimasi sisaan, kriteria kebaikan sesuai dengan metodenya, karena yang dioptimasi adalah kriteria kebaikannya. Sebagai contoh, metode LS akan menghasilkan penduga koefisien regresi yang membuat jumlah kuadrat sisaan paling kecil. Kalau ditemukan metode yang menghasilkan jumlah kuadrat sisaan lebih kecil dari jumlah kuadrat sisaan LS, maka metode tersebut adalah metode LS yang sesungguhnya. Hal yang sama berlaku untuk kedua optimasi sisaan yang lain.

Ketika peubah respon dimodelkan menyebar seragam, maka sebaran maksimum sisaan mutlak (MSM), rata-rata sisaan mutlak (RSM), dan rata-rata kuadrat sisaan (RKS) disajikan pada Gambar 2. Tampak bahwa maksimum sisaan mutlak paling kecil diraih oleh MLAD, kemudian diikuti oleh LS dan LAD. Rata-rata sisaan mutlak terkecil

Tabel 2. Nilai maksimum sisaan mutlak, jumlah sisaan mutlak, dan jumlah kuadrat sisaan beberapa metode untuk data *Delivery Time*

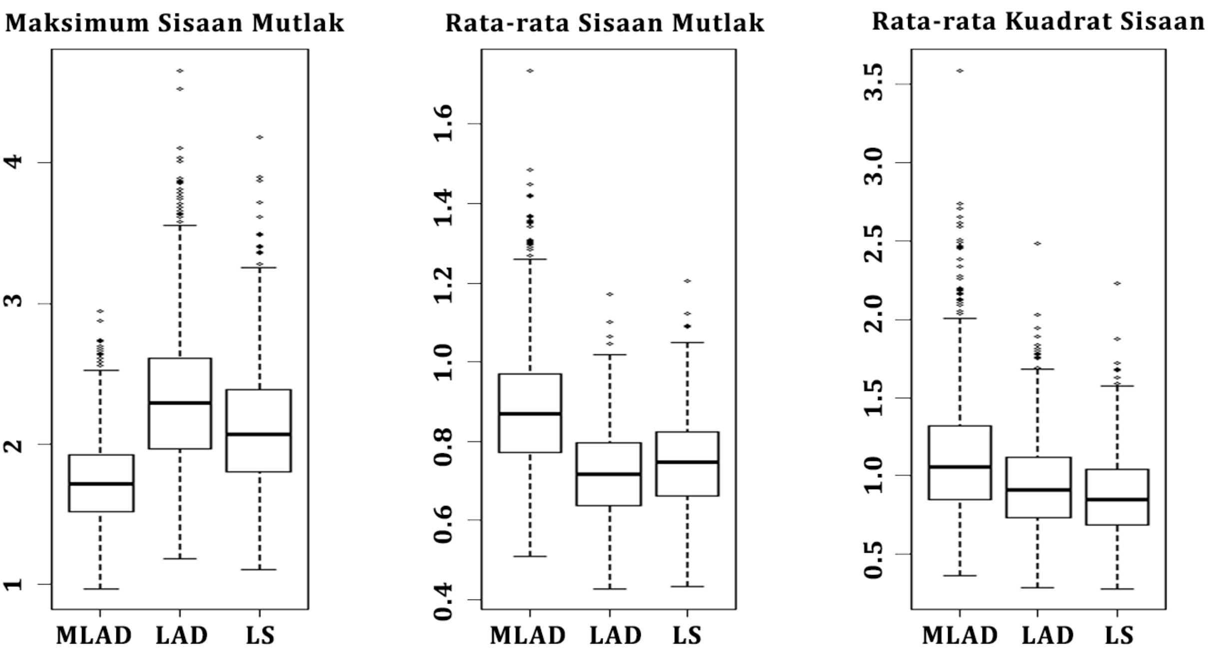
Metode	b0	b1	b2	MSM	JSM	JKS
LS	2.34	1.62	0.01	7.42	57.10	**233.73**
LAD	3.66	1.43	0.01	11.94	**53.07**	280.00
MLAD	0.53	1.86	0.01	**5.98**	71.34	277.86
Huber	3.37	1.53	0.01	15.37	63.38	381.90
Ramsay	3.80	1.49	0.01	16.14	62.53	401.18
Andrews	4.65	1.46	0.01	16.19	59.27	388.81
Hampel	4.62	1.47	0.01	15.92	58.89	379.13
t(v=5)	2.35	1.56	0.01	15.49	74.09	437.24



Gambar 2. Keragaan sisaan pada simulasi menggunakan sebaran seragam

Tabel 3. Frekuensi menduduki peringkat ke-1, 2, 3 menurut maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran seragam

Metode	Peringkat MSM			Peringkat RSM			Peringkat RKS		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
MLAD	1000	0	0	0	57	943	0	429	571
LAD	0	99	901	1000	0	0	0	571	429
LS	0	901	99	0	943	57	1000	0	0



Gambar 3. Keragaan sisaan pada simulasi menggunakan sebaran normal

diraih oleh LAD, sedangkan rata-rata kuadrat sisaan yang paling kecil diraih oleh LS. Sebaran maksimum sisaan mutlak paling sempit terjadi pada metode MLAD, diikuti oleh LS, dan LAD. Sementara itu sebaran rata-rata sisaan mutlak dan rata-rata kuadrat sisaan dari ketiga metode hampir sama, yang berbeda adalah nilai tengahnya.

Pada setiap ulangan simulasi, metode MLAD selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria maksimum sisaan mutlak, metode LAD selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria rata-rata sisaan mutlak, dan metode LS selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria rata-rata kuadrat sisaan. Ketika kriteria yang digunakan maksimum sisaan mutlak atau rata-rata sisaan mutlak, metode LS memberikan hasil terbaik kedua (Tabel 3).

Ketika simulasi menggunakan sebaran normal, sebaran maksimum sisaan mutlak paling sempit dan nilai paling kecil diraih oleh metode MLAD, diikuti LS dan LAD. Rata-rata sisaan mutlak terkecil diraih oleh metode LAD dan hampir sama dengan metode LS, sedangkan metode MLAD lebih besar. Rata-rata kuadrat sisaan paling kecil dan sebaran paling sempit diraih oleh LS, diikuti oleh LAD, dan MLAD (Gambar 3).

Pada setiap ulangan simulasi, metode MLAD selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria maksimum sisaan mutlak, metode LAD selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria rata-rata sisaan mutlak, dan metode LS selalu menduduki peringkat pertama menurut kriteria rata-rata kuadrat sisaan. Ketika kriteria yang digunakan maksimum sisaan mutlak atau rata-rata sisaan mutlak, metode LS lebih sering menempati posisi kedua (Tabel 4).

Ketika peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial, maka sebaran maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan disajikan pada Gambar 4. Tampak bahwa maksimum sisaan mutlak paling kecil diraih oleh MLAD, kemudian diikuti oleh LS yang hampir sama dengan LAD. Rata-rata sisaan mutlak terkecil diraih oleh LAD dan hampir sama dengan LS, sedangkan rata-rata kuadrat sisaan yang paling kecil diraih oleh LS yang hampir sama dengan hasil LAD. Rentang nilai rata-rata kuadrat sisaan dan rata-rata sisaan mutlak yang dicapai LS dan LAD hampir sama.

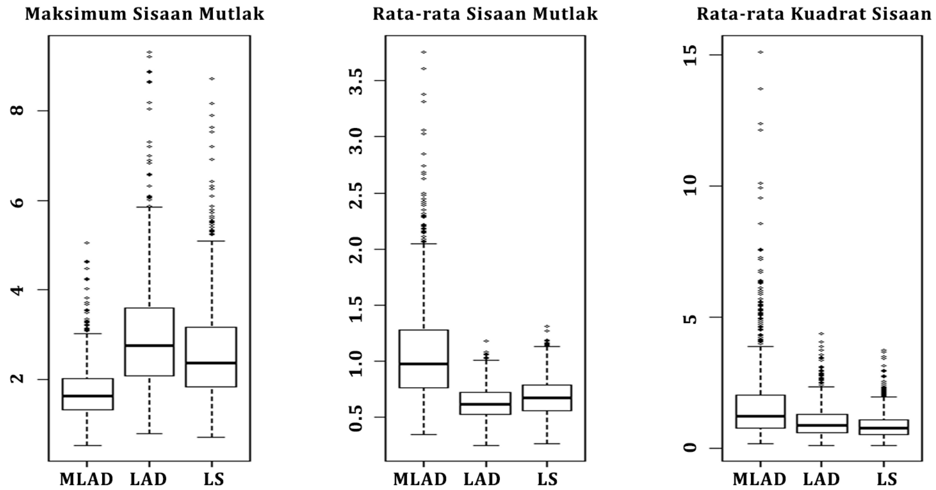
Menurut kriteria maksimum sisaan mutlak, metode MLAD selalu menempati peringkat pertama dan metode LS sering menempati peringkat kedua. Menurut kiteria rata-rata sisaan mutlak, metode LAD selalu menempati peringkat pertama dan metode LS sering menempati peringkat kedua. Sementara itu metode LS selalu menempati peringkat pertama menurut rata-rata kuadrat sisaan, sedangkan metode LAD lebih sering menempati peringkat kedua (Tabel 5).

Keragaan Sisaan Setiap Pengamatan

Pada regresi diasumsikan bahwa pada setiap nilai pengamatan $\mathbf{x}'_i$ terdapat populasi Y yang memiliki nilai tengah $\mathbf{x}'_i\boldsymbol{\beta}$ dan ragam tertentu. Pada setiap set n pasangan ($\mathbf{x}'$,y) diperoleh penduga koefisien regresi **b** dan pada setiap pengamatan $\mathbf{x}'_i$ diperoleh penduga respon $\mathbf{x}'_i\mathbf{b}$ dan sisaan sebesar y_i-$\mathbf{x}'_i\mathbf{b}$. Dari n pengamatan, nilai maksimum($|y_i$-$\mathbf{x}'_i\mathbf{b}|$) yang paling kecil diraih oleh metode MLAD. Hal yang ingin diketahui dari kajian ini adalah ketika pada setiap $\mathbf{x}'_i$ terdapat populasi Y, apakah nilai maksimum($|y_i$-$\mathbf{x}'_i\mathbf{b}|$) yang terkecil juga dapat diperoleh oleh metode MLAD. Pertanyaan serupa berlaku untuk metode LAD dan LS.

Tabel 4 Frekuensi menduduki peringkat ke-1, 2, 3 menurut maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran normal

Metode	Peringkat MSM			Peringkat RSM			Peringkat RKS		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
MLAD	1000	0	0	0	33	967	0	166	834
LAD	0	157	843	1000	0	0	0	834	166
LS	0	843	157	0	967	33	1000	0	0



Gambar 4. Keragaan sisaan pada simulasi menggunakan sebaran eksponensial

Tabel 5. Frekuensi menduduki peringkat ke 1, 2, 3 menurut maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran eksponensial

Metode	Peringkat MSM			Peringkat RSM			Peringkat RKS		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
MLAD	1000	0	0	0	1	999	0	53	947
LAD	0	48	952	1000	0	0	0	947	53
LS	0	952	48	0	999	1	1000	0	0

Dari simulasi 1.000 ulangan dengan peubah respon dimodelkan menyebar seragam, diperoleh rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaannya, yang dihasilkan oleh metode MLAD, LAD, dan LS (Tabel 6).

Pada kriteria maksimum sisaan mutlak, metode MLAD meraih hasil terbaik pada semua pengamatan. Pada kriteria rata-rata sisaan mutlak, metode LAD meraih hasil terbaik pada semua pengamatan. Pada kriteria rata-rata kuadrat sisaan, metode LS meraih terbaik pada 24 dari 25 pengamatan. Hal ini juga tercermin pada nilai rata-rata statistik dari semua pengamatan, yang menunjukkan metode MLAD menghasilkan rata-rata terkecil untuk kriteria maksimum sisaan mutlak, metode LAD memperoleh rata-rata terkecil untuk kriteria rata-rata sisaan mutlak, dan metode LS memperoleh rata-rata terkecil untuk rata-rata kuadrat sisaan.

Ketika peubah respon dimodelkan menyebar normal, maka rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaannya disajikan pada Tabel 7.

Sebanyak 23 dari 25 pengamatan nilai terbaik menurut kriteria maksimum, sisaan mutlaknya diraih oleh metode MLAD, pada semua pengamatan nilai terbaik untuk kriteria rata-rata sisaan mutlak diraih oleh metode LAD, dan pada semua pengamatan nilai terbaik menurut kriteria rata-rata kuadrat sisaan diraih oleh metode LS. Hal ini juga tercermin pada rata-rata statistik dari 25 pengamatan, yang menunjukkan MLAD memperoleh hasil terkecil pada maksimum sisaan mutlak, LAD memperoleh hasil terkecil rata-rata sisaan mutlak, dan LS memperoleh hasil terkecil pada rata-rata kuadrat sisaan.

Ketika peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial, maka rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaannya disajikan pada Tabel 8.

Tabel 6. Rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran seragam

Pengamatan	MSM			RSM			RKS		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	1.689	2.706	2.441	0.859	0.782	0.808	0.973	0.965	0.889
2	1.705	2.701	2.187	0.876	0.838	0.860	1.009	1.044	1.003
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	1.689	2.617	2.087	0.827	0.782	0.799	0.907	0.946	0.874
Ranking 1	25	0	0	0	25	0	1	0	24
Ranking 2	0	0	25	0	0	25	16	8	1
Ranking 3	0	25	0	25	0	0	8	17	0
Minimum	1.674	2.308	1.974	0.827	0.429	0.582	0.907	0.698	0.503
Rata-rata	**1.693**	2.809	2.205	0.860	**0.766**	0.795	0.977	0.963	**0.876**
Maksimum	1.708	4.331	2.581	0.936	0.851	0.863	1.132	1.044	1.003

Tabel 7. Rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran normal

Pengamatan	MSM			RSM			RKS		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	2.555	3.807	3.340	0.845	0.719	0.742	1.058	0.910	0.850
2	2.775	3.278	3.07	0.850	0.767	0.780	1.047	0.971	0.931
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	2.596	3.023	2.848	0.830	0.745	0.760	1.021	0.944	0.911
Ranking 1	23	0	2	0	25	0	0	0	25
Ranking 2	2	0	23	0	0	25	1	24	0
Ranking 3	0	25	0	25	0	0	24	1	0
Minimum	2.555	3.023	2.389	0.785	0.414	0.554	0.920	0.631	0.482
Rata-rata	**2.741**	3.630	3.220	0.875	**0.714**	0.739	1.113	0.926	**0.862**
Maksimum	2.917	4.266	3.857	1.197	0.774	0.788	1.822	1.033	0.969

Tabel 8. Rekapitulasi maksimum sisaan mutlak, rata-rata sisaan mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan pada simulasi menggunakan sebaran eksponensial

Pengamatan	MSM			RSM			RKS		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	4.729	8.806	7.749	1.075	0.637	0.698	1.673	1.054	0.917
2	4.465	5.926	5.288	1.123	0.680	0.729	1.783	1.035	0.913
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	4.147	5.886	5.325	1.114	0.653	0.702	1.753	0.995	0.882
Ranking 1	22	0	3	0	25	0	0	0	25
Ranking 2	3	0	22	0	0	25	0	25	0
Ranking 3	0	25	0	25	0	0	25	0	0
Minimum	3.919	5.278	3.562	0.990	0.384	0.520	1.514	0.629	0.485
Rata-rata	**4.414**	6.493	5.562	1.091	**0.625**	0.682	1.712	0.993	**0.865**
Maksimum	4.729	8.806	7.928	1.219	0.690	0.736	2.080	1.197	1.097

Tabel 9. Rekapitulasi maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat pada simulasi menggunakan sebaran seragam

Pengamatan	MGM			RGM			RKG		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	1.206	1.298	0.950	0.196	0.404	0.259	0.075	0.251	0.106
2	0.842	1.288	0.771	0.143	0.337	0.212	0.036	0.176	0.069
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	0.745	1.291	0.826	0.129	0.325	0.201	0.030	0.166	0.063
Ranking 1	3	0	22	23	0	2	21	0	4
Ranking 2	17	5	3	2	0	23	4	0	21
Ranking 3	5	20	0	0	25	0	0	25	0
Minimum	0.491	1.008	0.635	0.108	0.256	0.160	0.020	0.103	0.040
Rata-rata	1.186	1.465	**0.996**	**0.202**	0.402	0.257	**0.095**	0.269	0.116
Maksimum	2.682	2.968	2.190	0.560	0.795	0.566	0.574	0.901	0.489

Sebanyak 22 dari 25 pengamatan, nilai terbaik menurut kriteria maksimum sisaan mutlak diraih oleh metode MLAD, pada semua pengamatan nilai terbaik menurut kriteria rata-rata sisaan mutlak diraih oleh metode LAD, dan nilai terbaik menurut kriteria rata-rata kuadrat sisaan pada semua pengamatan diraih oleh metode LS. Hal ini juga tercermin pada rata-rata statistik dari 25 pengamatan, yang menunjukkan MLAD memperoleh hasil terkecil pada maksimum sisaan mutlak, LAD memperoleh hasil terkecil rata-rata sisaan mutlak, dan LS memperoleh hasil terkecil pada rata-rata kuadrat sisaan.

Berdasarkan simulasi di atas dapat disimpulkan bahwa optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak secara umum menunjukkan bahwa pada setiap pengamatan nilai maksimum sisaan mutlaknya juga minimum, optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak secara umum berakibat bahwa pada setiap pengamatan nilai rata-rata sisaan mutlaknya juga minimum, optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan secara umum berakibat bahwa pada setiap pengamatan nilai rata-rata kuadrat sisaannya juga minimum. Hal ini tidak bergantung pada sebaran peubah respon yang dimodelkan.

Keragaan Galat Setiap Pengamatan

Pada simulasi di atas, selain nilai sisaan juga diperoleh nilai galat pendugaan pada setiap pengamatan, yaitu selisih antara $\mathbf{x}'_i\mathbf{b}$ dengan $\mathbf{x}'_i\boldsymbol{\beta}$. Melalui simulasi dengan 1.000 ulangan, setiap galat pengamatan hasil pendugaan metode MLAD, LAD, dan LS dicatat, kemudian dihitung nilai maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat sisaan. Rekapitulasi maksimum galat mutlak (MGM), rata-rata galat mutlak (RGM), dan rata-rata kuadrat galat (RKG) ketika peubah respon dimodelkan menyebar seragam disajikan pada Tabel 9.

Sebanyak 22 dari 25 pengamatan, metode LS unggul pada kriteria maksimum galat mutlak, sedangkan tiga pengamatan lainnya dimenangi oleh metode MLAD. Pada kriteria rata-rata galat mutlak, metode MLAD unggul pada 23 dari 25 pengamatan dan metode LS unggul pada dua pengamatan. Pada kriteria rata-rata kuadrat galat, sebanyak 21 dari 25 pengamatan dimenangi oleh metode MLAD, sisanya dimenangi oleh metode LS. Dengan demikian, kalau peubah respon menyebar seragam secara umum, maka metode MLAD paling baik dari segi galatnya. Yang patut dicatat adalah keunggulan MLAD justru terjadi pada rata-rata galat mutlak bukan maksimum galat mutlak

Rekapitulasi maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat ketika peubah respon dimodelkan menyebar normal disajikan pada Tabel 10.

Menurut kriteria maksimum galat mutlak, metode LS memenangi 22 dari 25 pengamatan, sedangkan tiga pengamatan lainnya dimenangi oleh LAD. Menurut kriteria rata-rata galat mutlak dan rata-rata kuadrat galat, metode LS unggul pada semua pengamatan. Hal ini juga tercermin pada nilai rata-rata statistik yang dihasilkan, yang selalu menempatkan LS sebagai peraih hasil terbaik. Dengan demikian, jika peubah respon menyebar normal maka metode LS adalah yang terbaik. Hal ini dapat dimengerti karena pada peubah respon menyebar normal dan LS adalah penduga kemungkinan maksimumnya.

Rekapitulasi maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat ketika peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial disajikan pada Tabel 11.

Menurut kriteria maksimum galat mutlak, metode LS memenangi 15 dari 25 pengamatan, sedangkan pada 10 pengamatan lainnya dimenangi oleh LAD. Menurut kriteria rata-rata galat mutlak dan rata-rata kuadrat galat, metode LS unggul pada semua pengamatan. Hal ini juga tercermin pada nilai rata-rata statistik yang dihasilkan, yang selalu menempatkan LS sebagai peraih hasil

Tabel 10. Rekapitulasi maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat pada simulasi menggunakan sebaran normal

Pengamatan	MGM			RGM			RKG		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	1.657	1.183	1.250	0.424	0.310	0.240	0.284	0.151	0.090
2	1.621	0.934	0.864	0.366	0.255	0.204	0.213	0.101	0.064
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	1.659	1.017	0.793	0.359	0.253	0.203	0.207	0.100	0.064
Ranking 1	0	3	22	0	0	25	0	0	25
Ranking 2	0	22	3	0	25	0	0	25	0
Ranking 3	25	0	0	25	0	0	25	0	0
Minimum	1.383	0.890	0.623	0.267	0.200	0.156	0.117	0.063	0.038
Rata-rata	1.958	1.370	**1.187**	0.453	0.318	**0.254**	0.371	0.180	**0.115**
Maksimum	4.068	2.896	2.558	1.033	0.670	0.540	1.630	0.720	0.473

Tabel 11. Rekapitulasi maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat pada simulasi menggunakan sebaran eksponensial

Pengamatan	MGM			RGM			RKG		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	3.981	0.874	1.059	0.777	0.334	0.245	0.978	0.154	0.096
2	3.862	0.989	0.862	0.791	0.329	0.210	1.002	0.146	0.071
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	3.814	0.891	0.885	0.772	0.330	0.201	0.957	0.146	0.065
Ranking 1	0	10	15	0	0	25	0	0	25
Ranking 2	0	15	10	0	25	0	0	25	0
Ranking 3	25	0	0	25	0	0	25	0	0
Minimum	3.747	0.747	0.685	0.661	0.283	0.160	0.786	0.106	0.040
Rata-rata	3.980	1.191	**1.137**	0.780	0.356	**0.250**	1.004	0.184	**0.113**
Maksimum	5.611	3.522	2.997	1.053	0.580	0.515	1.716	0.517	0.450

terbaik. Dengan demikian, jika peubah respon menyebar eksponensial maka metode LS relatif terbaik di antara ketiga metode optimasi sisaan tersebut.

Hal di atas sejalan dengan nilai simpangan baku bagi galat pendugaan pada setiap pengamatan (Tabel 12). Peubah respon menyebar seragam, galat baku terkecil dicapai oleh metode MLAD, sedangkan pada peubah respon menyebar normal dan menyebar eksponensial galat baku terkecil dicapai oleh metode LS.

Ketika simulasi menggunakan sebaran seragam, galat baku terendah dari 21 pengamatan dicapai oleh metode MLAD dan empat pengamatan dicapai oleh metode LS. Ketika simulasi menggunakan sebaran normal, semua galat baku terendah dicapai oleh metode LS. Ketika simulasi menggunakan sebaran eksponensial, galat baku terendah dari 17 pengamatan dicapai oleh LS dan 8 pengamatan dicapai oleh LAD.

Keragaan Galat Koefisien Regresi

Pada setiap ulangan simulasi dengan peubah bebas data *delivery time* diperoleh statistik b_0, b_1, dan b_2. Selisih antara statistik b_0, b_1, dan b_2 dengan parameter β_0, β_1, dan β_2 disebut galat. Rata-rata galat dari 1.000 ulangan simulasi berfungsi sebagai penduga bias. Ketika percobaan simulasi menggunakan peubah respon menyebar seragam maka rata-rata galat mutlak (RGM), maksimum galat mutlak (MGM), rata-rata kuadrat galat atau kuadrat tengah galat (KTG) dapat dilihat pada Tabel 13.

Pada kriteria rata-rata galat mutlak, metode MLAD memperoleh hasil terbaik (terkecil) pada statistik b_0, b_1,dan b_2. Pada kriteria maksimum galat mutlak, metode MLAD juga memperoleh hasil terbaik pada b_0, sedangkan metode LS memperoleh hasil terbaik pada b_1 dan b_2. Pada kriteria kuadrat tengah galat, metode MLAD

Tabel 12. Simpangan baku galat pengamatan pada simulasi menggunakan tiga sebaran

Pengamatan	Seragam			Normal			Eksponensial		
	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS	MLAD	LAD	LS
1	0.274	0.501	0.325	0.532	0.388	0.300	0.715	0.302	0.311
2	0.189	0.420	0.263	0.460	0.318	0.253	0.662	0.262	0.266
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
25	0.173	0.407	0.251	0.455	0.315	0.253	0.648	0.260	0.255
Ranking 1	21	0	4	0	0	25	0	8	17
Ranking 2	4	0	21	0	25	0	0	17	8
Ranking 3	0	25	0	25	0	0	25	0	0
minimum	0.140	0.321	0.201	0.341	0.250	0.194	0.607	0.206	0.201
rata-rata	**0.274**	0.496	0.321	0.569	0.400	**0.319**	0.737	0.323	**0.318**
maksimum	0.758	0.949	0.699	1.277	0.849	0.688	1.280	0.704	0.670

Tabel 13. Keragaan galat koefisien regresi pada simulasi menggunakan sebaran seragam

	Metode	Rata-rata Galat	Rata-rata Galat Mutlak	Maksimum Galat Mutlak	Kuadrat Tengah Galat
b0	MLAD	0.003855	**0.195567**	**1.051002**	**0.064895**
	LAD	-0.000038	0.409692	1.574404	0.261630
	LS	0.010612	0.265595	1.065756	0.108709
b1	MLAD	-0.000876	**0.035656**	0.217618	**0.002238**
	LAD	-0.000767	0.064030	0.241751	0.006172
	LS	-0.000721	0.041350	**0.166066**	0.002636
b2	MLAD	0.000018	**0.000705**	0.005013	**0.000001**
	LAD	-0.000007	0.001374	0.005212	0.000003
	LS	-0.000013	0.000882	**0.003704**	0.000001

memperoleh hasil terbaik pada b_0, b_1, dan b_2. Dengan demikian, pada peubah respon menyebar seragam ini , metode MLAD paling baik.

Rata-rata galat mutlak, maksimum galat mutlak, dan kuadrat tengah galat bagi penduga koefisien regresi ketika peubah respon dimodelkan menyebar normal dapat dilihat pada Tabel 14. Tampak bahwa ketika peubah respon dimodelkan menyebar normal maka metode LS meraih hasil terbaik pada rata-rata galat mutlak, maksimum galat mutlak, dan kuadrat tengah galat.

Rata-rata galat mutlak, maksimum galat mutlak, dan kuadrat tengah galat bagi penduga koefisien regresi ketika peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial disajikan pada Tabel 15. Tampak bahwa ketika peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial dan kriteria yang digunakan adalah rata-rata galat mutlak, metode LS meraih hasil terbaik pda statistik b_0 dan b_2, sedangkan metode LAD memperoleh hasil terbaik pada statistik b_1. Pada kriteria maksimum galat mutlak, metode LS memperoleh hasil terbaik pada statistik b_0 dan b_1, sedangkan metode LAD memperoleh hasil terbaik pada statistik b_2. Pada kriteria kuadrat tengah galat, metode LS memperoleh hasil terbaik pada statsitik b_0 dan b_2, sedangkan metode LAD memperoleh hasil terbaik pada statistik b_1.

Pembahasan

Maksimum sisaan mutlak merupakan fungsi cekung ke atas dengan puncak bersifat khas, tetapi tidak terturunkan pada titik puncaknya (Gambar 1). Koefisien regresi MLAD dapat diperoleh melalui program linier untuk

Tabel 14. Keragaan galat koefisien regresi pada simulasi menggunakan sebaran normal

	Metode	Rata-rata galat	Rata-rata galat mutlak	Maksimum galat mutlak	Kuadrat tengah galat
b0	MLAD	-0,031856	0,477738	1,937535	0,362400
	LAD	-0,021778	0,323998	1,302874	0,162634
	LS	-0,014729	**0,262485**	**1,093317**	**0,106513**
b1	MLAD	0,005172	0,072484	0,318610	0,008524
	LAD	0,000438	0,051879	0,212967	0,004142
	LS	0,000536	**0,041393**	**0,176405**	**0,002699**
b2	MLAD	-0,000078	0,001510	0,007142	0,000004
	LAD	-0,000002	0,001093	0,004732	0,000002
	LS	-0,000011	**0,000863**	**0,003682**	**0,000001**

Tabel 15. Keragaan galat koefisien regresi pada simulasi menggunakan sebaran eksponensial

	Metode	Rata-rata galat	Rata-rata galat mutlak	Maksimum galat mutlak	Kuadrat tengah galat
b0	MLAD	0,802784	0,867295	3,790785	1,182561
	LAD	-0,297589	0,374866	1,238189	0,200089
	LS	0,000387	**0,258027**	**1,131563**	**0,109536**
b1	MLAD	-0,017774	0,055953	0,383365	0,007221
	LAD	0,001979	**0,039485**	0,192014	**0,002564**
	LS	-0,003259	0,039976	**0,179177**	0,002614
b2	MLAD	0,000008	0,001059	0,010116	0,000003
	LAD	0,000061	0,000844	**0,003507**	0,000001
	LS	0,000049	**0,000834**	0,003559	**0,000001**

solusi bilangan nyata. Jika paket program komputer yang digunakan hanya memberikan solusi nonnegatif, setiap koefisien regresi dinyatakan sebagai pengurangan dua peubah nonnegatif, seperti konsep yang dipakai pada teori sukatan (Ash, 2000). Sebagai panduan komputasi dapat merujuk pada Venables dan Ripley (2002), Givens dan Hoeting (2005), Rizzo (2008), dan Venables *et al.* (2010). Penggunaan program linier membuka kesempatan memodifikasi kendala pada regresi MLAD, sehingga menjadi regresi yang memodelkan maksimum respon dan regresi yang memodelkan minimum respon (Setyono, 2013).

Regresi model maksimum dan model minimum merupakan alternatif bagi regresi kuantil yang dirintis oleh Koenker dan Bassett (1978) dan dikembangkan oleh Koenker dan Hallock (2001), serta analisis pengamplopan data (*envelopment data analysis* disingkat EDA) yang pernah dibahas oleh Cubbin dan Tzanidakis (1998). Metode ini bermanfaat misalnya pada penyediaan pangan atau bahan bakar minyak nasional. Pada kasus tersebut yang dibutuhkan bukan model rataan, karena model rataan memiliki sisaan positif dan sisaan negatif, sehingga ada penyediaan pangan dan bahan bakar minyak tidak mencukupi.

Selama ini nilai koefisien regresi tidak pernah dimodelkan. Penentuan tanda besarnya nilai koefisien regresi diserahkan sepenuhnya kepada data yang diolah. Kenyataannya, nilai koefisien regresi tidak terbatas, melainkan ada kisaran nilai yang layak. Sebagai contoh fungsi permintaaan sederhana dimodelkan $Q=\beta_0+\beta_1P+\varepsilon$ dengan syarat $\beta_1<0$ dan fungsi penawaran dimodelkan $Q=\beta_0+\beta_1P+\varepsilon$ dengan syarat $\beta_1>0$ (Hansen, 2013). Karena solusi regresi MLAD diperoleh melalui program linier maka pengendalian koefisien regresi seperti itu dapat dilakukan (Setyono *et al.*, 2014).

Pada regresi MLAD, pengamatan yang beperan adalah yang memberikan batasan berbeda atau kendala yang lebih ketat dibanding kendala yang lain. Sebagai contoh gugus pada kendala $\{k+m\geq2,\ k+m\geq3,\ k+m\geq5,\ k+m\geq7,\ k+m\geq11,\ k+m\geq13\}$, yang berlaku hanya kendala $k+m\geq13$. Kerugian sifat ini adalah MLAD tidak memperhatikan pengamatan berulang, sedangkan keuntungannya dapat diperoleh anak gugus pengamatan yang memberikan hasil yang sama dengan seluruh pengamatan. Kondisi ini sangat bermanfaat karena ada harapan hasil dari suatu contoh sama dengan hasil dari populasi, kalau kebetulan memberikan kendala yang mewakili.

Berdasarkan studi simulasi dapat dikatakan bahwa berdasarkan maksimum galat mutlak, rata-rata galat mutlak, dan rata-rata kuadrat galat, secara umum metode MLAD memberikan hasil terbaik ketika peubah respon dimodelkan menyebar seragam. Sementara kalau peubah respon dimodelkan menyebar normal, hasil terbaik selalu diberikan oleh metode LS, sedangkan kalau peubah respon dimodelkan menyebar eksponensial maka hasil terbaik secara umum juga diberikan oleh metode LS. Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak sejauh ini belum menunjukkan keistimewaan. Barangkali metode ini baru menunjukkan keunggulannya ketika yang dihadapi adalah data populasi yang memiliki ekor panjang.

KESIMPULAN

Pada simulasi menggunakan sebaran seragam, optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak berhasil mendapatkan statistik yang maksimum galatnya paling kecil, rata-rata galat mutlaknya paling kecil, dan rata-rata kuadrat galatnya juga paling kecil. Sementara itu optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan berhasil mendapatkan statistik yang maksimum galatnya paling kecil, rata-rata galat mutlaknya paling kecil, dan rata-rata kuadrat galatnya juga paling kecil ketika populasi menyebar normal atau menyebar eksponensial. Sifat ini berlaku untuk menduga koefisien regresi maupun nilai respon pada setiap pengamatan. Dengan demikian metode MLAD cocok digunakan pada data menyebar seragam, sedangkan metode LS cocok pada data menyebar normal.

Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan jumlah sisaan mutlak (LAD) sejauh ini belum menunjukkan keistimewaan, untuk itu disarankan melakukan simulasi serupa dengan populasi yang memiliki ekor panjang. Hasil simulasi menunjukkan penduga MLAD lebih efisien ketika peubah respon menyebar seragam. Oleh sebab itu, terbuka kemungkinan untuk membuktikan secara matematis bahwa pada sebaran seragam tengah wilayah lebih efisien dari rata-rata.

DAFTAR PUSTAKA

Akcay, H. and N. At. 2006. Convergence analysis of central and minimax algorithms in scalar regressor models. Mathematics of Control, Signals and Systems 18 (1) : 66-99.

Ash, R.B. 2000. Probability and Measure Theory. Second Edition. Harcourt Academic Press, California.

Cubbin, J. and G. Tzanidakis. 1998. Regression versus data envelopment analysis for efficiency measurement: an application to the England and Wales regulated water industry. Utilities Policy 7 : 75–85.

Dobson, A. J. 2002. An Introduction to Generalized Linear Models. Second Edition. Chapman and Hall, London.

Fox, J. 2004. Nonparametric Regression. Department of Sociology McMaster University, Ontario (Canada).

Givens, G.H and J. A Hoeting. 2005. Computational Statistics. John Wiley and Sons, New Jersey.

Golberg, M.A and H.A Cho. 2010. Introduction to Regression Analysis. WIT Press, Southampton.

Hansen, B.E. 2013. Econometrics. University of Wisconsin, Madison.

Hao, L and D.Q Naiman. 2007. Quantile Regression. Sage Publications Inc, California.

Johnson, R. A and D.W Wichern. 2007. Applied Multivariate Statistical Analysis. Pearson Prentice Hall, New Jersey.

Keele, L. 2008. Semiparametric Regression for the Social Sciences. John Wiley and Sons Ltd, England.

Kline, R.B. 2011. Principles and Practice of Structural Equation Modeling. The Guilford Press, New York.

Koenker, R and G. Bassett. 1978. Regression quantiles. Econometrica 46 (1): 33-50.

Koenker, R and K.F Hallock. 2001. Quantile regression. Journal of Economic Perspectives 15 (4): 143–156.

Luenberger, D.G. 1984. Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley, Massachusetts.

McCarl, BA and T.H Spreen. 1997. Applied Mathematical Programming Using Algebraic Systems. Copyright Bruce A. McCarl and Thomas H. Spreen

McCullagh, P and J.A Nelder. 1989. Generalized Linear Models. Second ed. Boca Raton: Chapman and Hall.

Montgomery, D.C., E.A Peck, and G.G Vining. 2012. Introduction to Linear Regression Analysis. Fifth Edition. John Wiley and Sons, New York.

Rizzo, M.L. 2008.Statistical Computing with R. Chapman and Hall, London.

Rudolf, M., H. Wolter, and H. Zimmermann. 1999. A linear model for tracking error minimization. Journal of Banking and Finance 23 : 85-103

Rousseeuw, P. J and A.M Leroy. 1987. Robust Regression and Outlier Detection. John Wiley and Sons Inc, Canada.

Setyono., K. Notodiputro, Aunuddin, dan Mattjik AA. 1996. Pemodelan statistika atas dasar sebaran t student. Forum Statistika dan Komputasi 1 (2): 10-16.

Setyono. 2013. Modifikasi kendala pada regresi yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak untuk pemodelan maksimum dan minimum respon. Jurnal Pertanian Universitas Djuanda 4 (1):48-55.

Setyono., I.M Sumertajaya, A. Kurnia, dan A.A Mattjik. 2014. Pengendalian koefisien regresi pada rentang yang bermakna melalui metode yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak. Jurnal Pertanian Universitas Djuanda 5 (1): 52-57.

Takezawa, K. 2006. Introduction to Nonparametric Regression. John Wiley and Sons Inc, New Jersey.

Venables, W.N and B.D Ripley. 2002. Modern Applied Statistics with S. Springer, New York.

Venables, W.N., D.M Smith, and the R Development Core Team. 2010. An Introduction to R. R Development Core Team

Winston, W.L. and J.B Goldberg. 2004. Operations Research Applications and Algorithms. Belmont: Brooks/Cole—Thomson Learning.